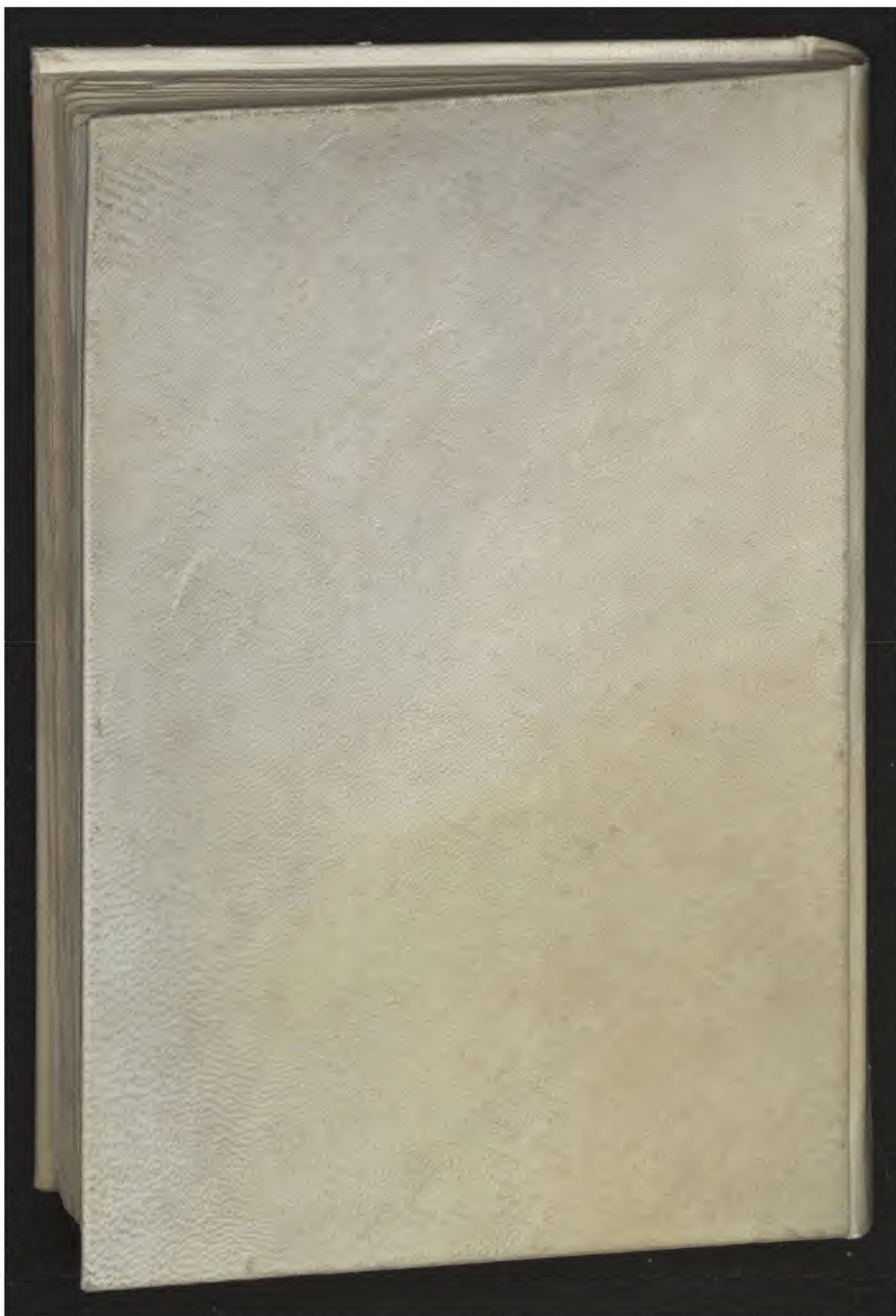
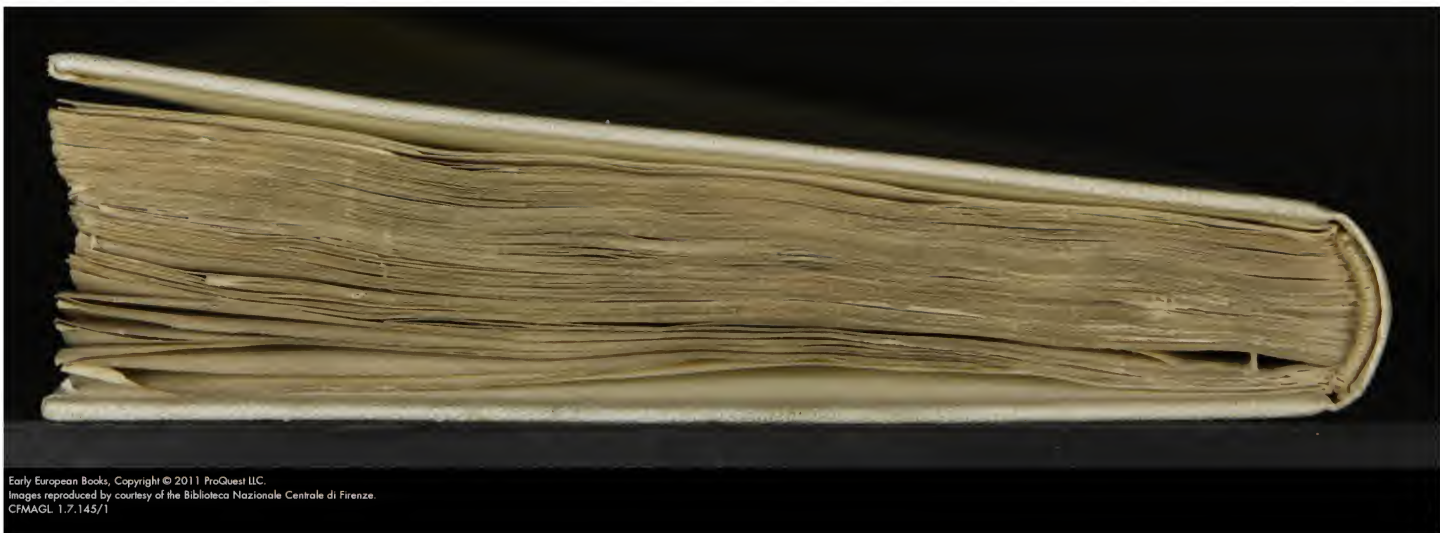


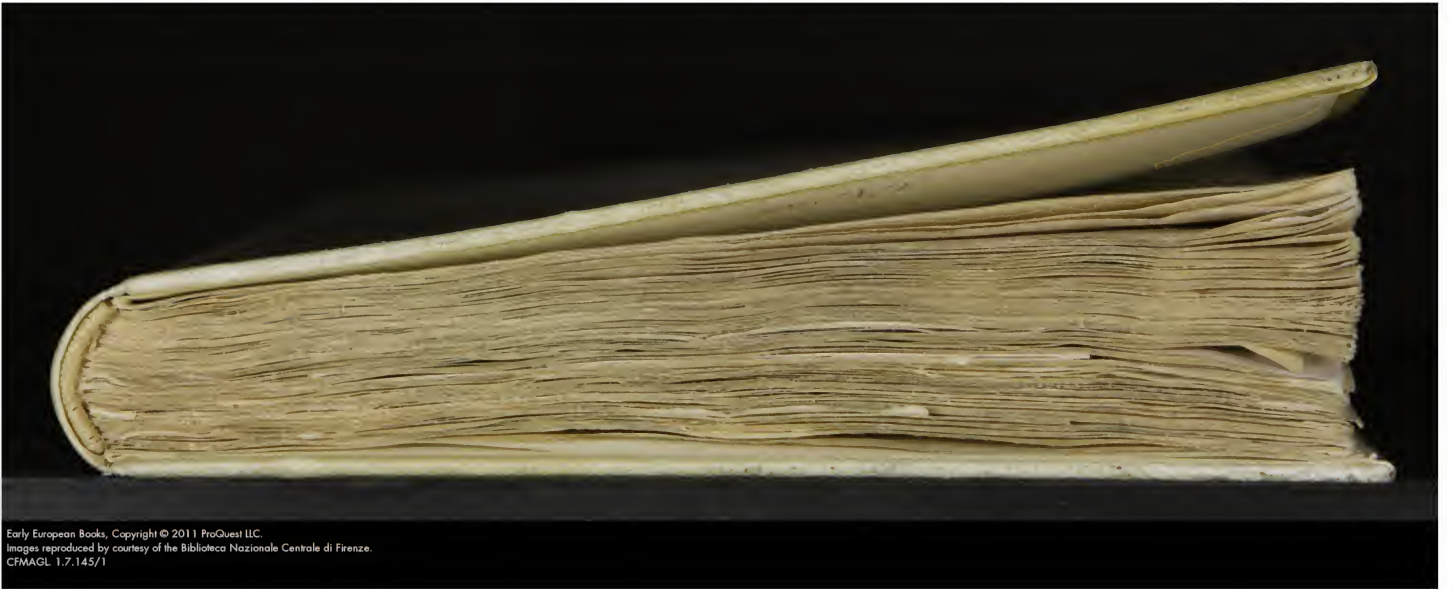


Early Benguet Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.145/1

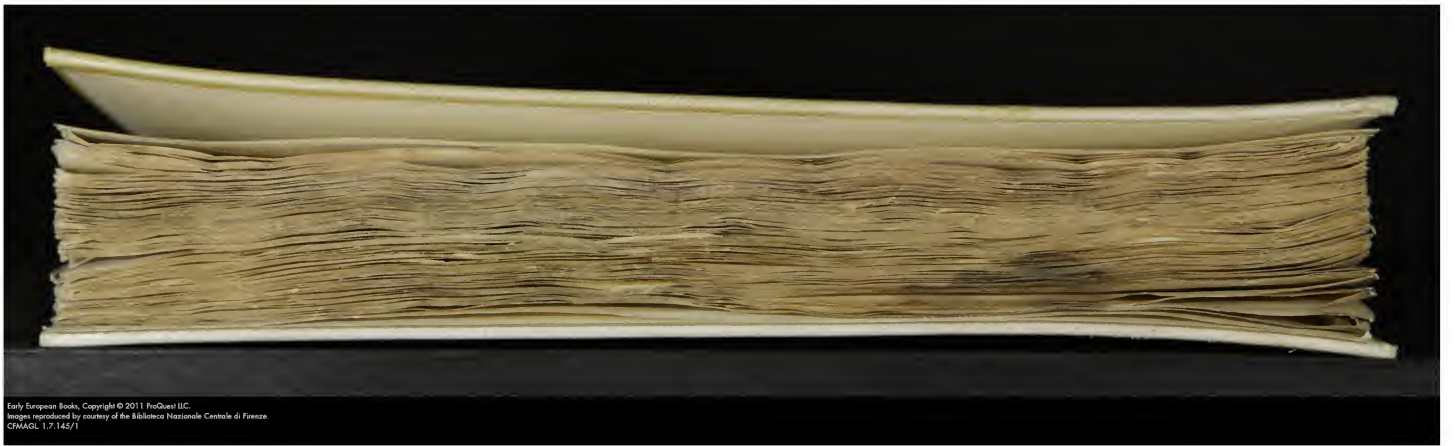




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.145/1



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.145/1



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.145/1

4
2 parte

MARINI
GHETALDI
PATRII
RAGVSINI

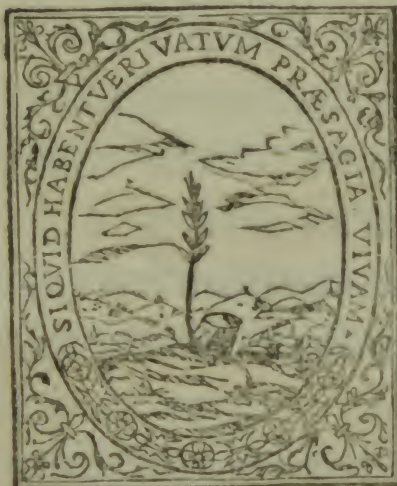
APOLLONIVS REDIVIVVS

SEV

RESTITVTAE APOLLONII PERGAEI

De Inclinationibus Geometriae.

LIBER SECVNDVS.



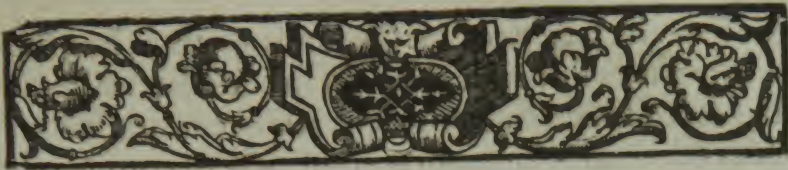
V E N E T I I S, M D C X I I I.

APVD BARETIVM BARETIVM.

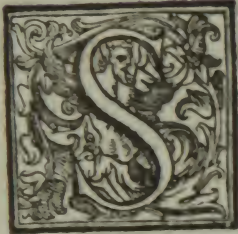
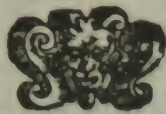
Superiorum permissis.

retur tantæ maiestati sisti, fretus perue-
tusto, ac celebri nomine Apollonij Per-
gæi cognomento magni Geometræ,
quem rediuuium exhibet: Et vaticina-
tur sibi Sanctitatem tuam ex eo nonni-
hil velut in transitu delibaturam, cum
totius regendæ Ecclesiæ graui ponde-
re defessus, ad aliquam intenti animi re-
laxationem etiam hoc studiorum ge-
nus in secretum tuum admiseris. Iam-
pridem animi voto Sanctitatis tuæ bea-
tissima vestigia exosculatus sum, non
modo dignitatem tuam in te; sed te in
dignitate tua veneratus. Nunc meæ
deuotionis donarium hoc supplex fa-
stigio tuo destinaui; digniori monu-
mento, si suppetet, adoraturus:

Ragusa Kal. Aug. Anno tui Pontificatus nono.



AD LECTOREM.



SEPTENNIVM iam ferme est, Amice Lector, ex quo Apollonium Pergeum è tenebrarum orco erutum, luci & Mundo redituum ex parte restitui, ex parte inquam, quia, cum duo fuerint Libri ab eo de Inclinationibus conscripti, quinque Problemata vniuersalia continentes, primus tantum, cui quatuor priora inerant, à me tunc editus fuit, secundo, qui quintum complectebatur, ob eas, quas in fine illius opusculi attuli, rationes, in opportunam magis occasionem dilato. Exciderat mihi sane, fateor, ab eo tempore omnis de quinti Problematis solutione memoria, dum me ipsum priuatis publicisque negotijs difficulter exsoluo. Verum mensibus præteritis, dum cœpta commentaria reuoluo & reuiso, venit in manum prima huius Problematis olim ordita delineatio. Perculit illico animum publica fides, statimque pollicitis esse standum mecum ipse decreui, pudore motus simul ac pietate: illo, ne forte quispiam excusationes prioris libelli, non ex necessitate prouenisse, sed quod operi impar essem interpretaretur: hac, ne virum tam excellentem in ipso quasi vitæ limine

mine sine vita relinquerem. Quamuis autem in hoc Problemate plures sint casus, pluresq; in eorū determinationibus & constructionibus difficultates occurrant, ad quas tollēdas, determinationesq; & constructiones ordinandas & demonstrādas, præter iudicium & scientiam, summum otium desiderāretur, quo me nequaquam frui, ijs, qui me meaq; vitæ conditionem nouerunt, exploratum est. Tantum tamen apud me pudoris & pietatis stimuli valuerūt, vt resolutionis gressibus insistens ex isto me Labyrintho paucorum dierum spatio facile expedierim

Errabunda regens tenui vestigia filo.

Iam perfecta & exscripta omnia erant, Typographique operam solam expectabant. Cum ecce vir nobilis & differtus Georgius Strachanus Scotus, suscepta in Orientem peregrinatione, Ragusam diuertit, & præter alia humanitatis officia libellum mihi exhibuit, quem ab Auctore Alexandro Andersono, conciuē & amico suo charissimo, ad me missum legendum commendauit. Legi libenter & relegi, non tradentis & mittentis solum, sed etiam argumenti causa mihi admodum gratum. Ex quo quidem integro felicissimum Andersoni ingenium, & in arte Analytica solertiam & subtilitatem perspexi, & laudo. Mouerat quidem animum, fateor, dum sub titulo libri, & in præfatione ad Lectorem profitetur perfici, per rationem sui primi Lemmatis, Aequationem ad tertium rationis gradum ascendentem, in qua data magnitudo homogeneæ ignotæ sub altero coefficiente noto comparatur: cum tamen nullam habere viam fateretur, qua Aequationem simplicem eius gradus absolueret, præter duarum mediarum inuentionem. Verum Lemmate attentius perpenso, in morem præstigij lusisse virum doctum animaduerti, & pro solido

4
nobis planum per ascensum supposuisse. Quae lusus spe-
cie elegantius usus fuit, dum pro determinatione Proble-
matis in casibus omnibus difficilioribus, Aequationis suae
determinationem post suam analysim substituit, ut ar-
duam inuentionem maximae & minimae interceptarum
euitaret; quamvis sine ipsa inuentione Problema deter-
minari non possit. Quae sane & alia ut eruditioni & famae
viri nihil detrahunt, ita cum dexteritate & ingenij acu-
mine praeditum indicant: quem ego amo & maximi facio.

Cæterum, Amice Lector, si meis votis & tuo fortasse
desiderio tardius satisfeci, id te rogatum maximè velim,
ut æqui bonique consulas, & consideres, quam multa sint
& varia, quae humanorum consiliorum, actuumque euen-
tus impedire, & animos etiam constantes aliò flectere &
obliquare possunt. Vale..

Ragusa, Kal. Aug. Anno M DC XIII.

Ad Virum Clarissimum
MARINVM GHETALDVM
PAT. RAGVSINVM
ob Apollonium Redituium

Epigramma.



QVI vitam misero dat, vita dignus habetur.
Hæc lex, hæc veterum consuetudo vetus;
Quique viro illustri vitam seruarit, honore
Illustri in terris viuere dignus erit.
Tu illustri simul, & misero, vitamque dedisti
Pergæo, atque decus, docte Ghetalde, seni:
Vita igitur dignus vel Nestoris, & Geometræ
Nomine tu Magni dignus, ut ille fuit.

Georgius Strachanus
Merniensis Scotus Raguse.

1

M A R I N I
G H E T A L D I
A P O L L O N I V S
R E D I V I V V S

S E V
R E S T I T V T A E A P O L L O N I I P E R G A E I
De Inclinationibus Geometriae

L I B E R S E C V N D V S .

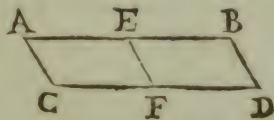
Lemma I.

SINT duæ rectæ lineæ AB CD , quarum AB secetur bifariam in E , & à punctis A E B ducantur tres parallelæ AC EF BD secantes rectam CD in punctis C F D . Dico æquales esse CF FD .

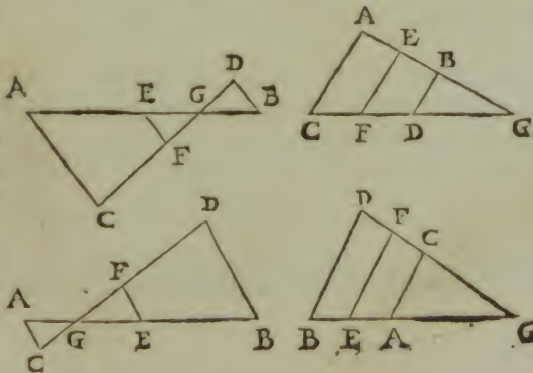
Si enim AB CD sint parallelæ, parallelogramma erunt AF FB , ac proinde AE æqualis erit CF , & EB æqualis FD , æqualia * enim sunt parallelogrammorum latera ex aduerso, sed ponuntur æquales AE EB , ergo æquales erunt & CF FD .

Si vero non sint parallelæ AB CD , conuenient inter se, conueniant in G , ergo similia erunt triangula GAC GEF , ob parallelas enim EF AC angulus GAC æqualis est angulo GEF , & angulus GCA ,

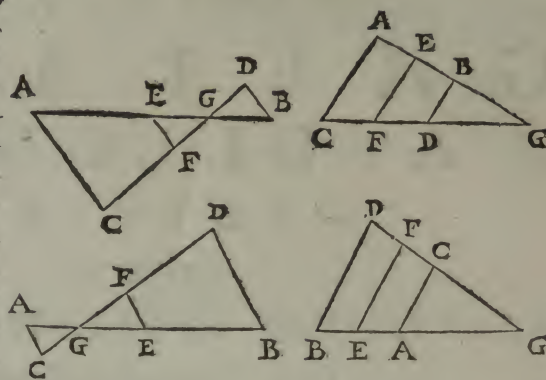
A æqua-



34. Pri-
mi.



æqualis angulo GFE ,
quare ut AG ad GE ,
ita erit CG ad GF , &
existente puncto E in-
ter puncta AG , erit di-
uidendo, & conuertendo,
existente vero G in-
ter AE , erit compo-
nendo, & conuertendo,
at existēte A inter EG ,
erit conuertendo, &
per conuersionem ra-
tionis, ut GE ad EA ,
ita GF ad FC .



Et quoniam propter parallelas $DBEF$ angulus GDB æqualis est angulo GFE , & angulus GBD angulo GEF , similia erant triangula GDB GFE , ut igitur BG ad GE , ita erit DG ad GF , & existente G inter EB , erit componendo, existente vero E inter GB , erit diuidendo, at existente B inter EG , erit conuertendo, & per conuersionem rationis, & rursus conuertendo, ut BE ad GE , ita DF ad GF , sed ut GE ad EA , ita est GF ad FC , ut demonstrauimus, ergo ex æquali erit ut BE ad EA , ita DF ad FC , sed BE æqualis est EA , ergo & DF æqualis erit FC quod erat ostendendum.

Lemma II.

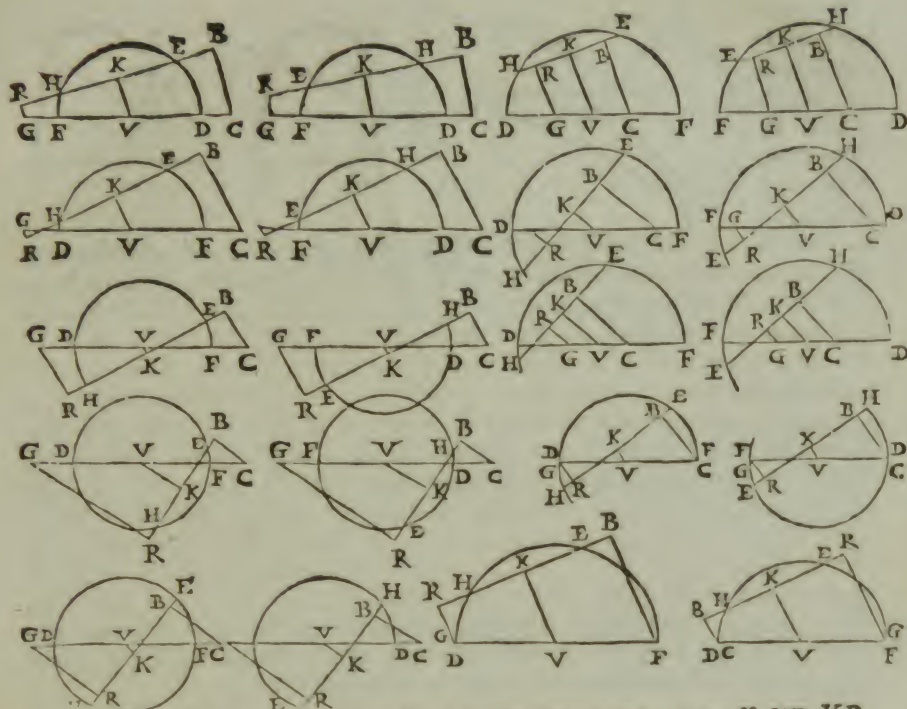
SI in diametro circuli, etiam producta, sumantur duo puncta à centro æquedistantia, & ab ijs ducantur ad rectam lineam in circulum cadentem duæ rectæ perpendiculares. Segmenta cadentis inter circumferentiam, & perpendiculares interiecta æqualia erunt.

Sumantur in diametro circuli DF , duo puncta C G à centro quod sit V æque distantia, & ab ijs ad rectam EH cadentem in circulum ducantur duæ perpendiculares CB GR , ipsæque EH secet circulum in punctis E H . Dico EB HR æquales esse. Ducatur enim VK perpendicularis ad EH , erunt igitur tres parallelæ BC KV GR atque sunt æquales GV VC , ergo * æquales erunt, & KR , KB , sed * æquales quoque sunt KH KE , ergo per æqualium æqualibus subtractionem, vel additionem, erunt æquales & EB HR .

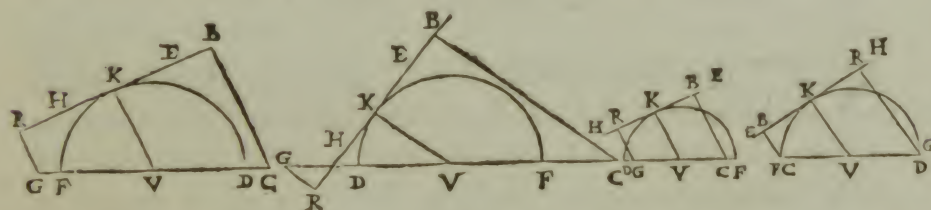
LEM. V.

3. Teriij.

Sed



Sed recta EH tangat circulum in K. Dico æquales esse KB, KR



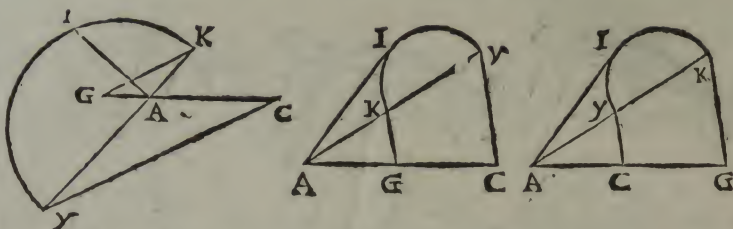
iungatur enim KV, ea perpendicularis * erit ipsi FK, unde tres pa- 18. Terti
rallelae erunt GRVKCB, atque sunt æquales GVVC, ergo
æquales * erunt & KB KR, quare constat propositum. *LEM. I.*

Lemma III.

Dato quadrato, aliud quadratum in data ratione in-
uenire.

A 2 Sit

Sit datum quadratum cuius latus AK , & data ratio AG ad AC . Opor-



tet inuenire aliud quadratum, vt quadratum AK ad quadratum inuentum habeat rationem vt AG ad AC . Ponantur in directum AG AC , & ex puncto A ducatur AK ita vt cum AC constituat angulum quemcumque, & iungatur GK , ei que parallela ducatur CY occurrens KA producte in Y , in recta autem KY describatur semicirculus YIK , & ex A ipsi KY ducatur perpendicularis AI usque ad circumferentiam, si punctum A sit in diametro KY , si vero sit extra diametrum, ducatur AI contingens semicirculum in I . Quoniam igitur parallelæ sunt GK CY , erunt anguli AGK ACY æquales, & æquales quoque anguli AKG AYC ; unde similia triangula AGK ACY . vt igitur AG ad AC ita erit AK ad AY , Sed vt AK ad AY ita est quadratum AK ad quadratum AI , sunt enim tres proportionales AK AI AY , & est vt prima * ad tertiam ita quadratum primæ ad quadratum secundæ, ergo vt AG ad AC ita erit quadratum AK ad quadratum AI . factum est igitur quod oportebat.

*Cor. 2. Pr.
29. Sexti.*

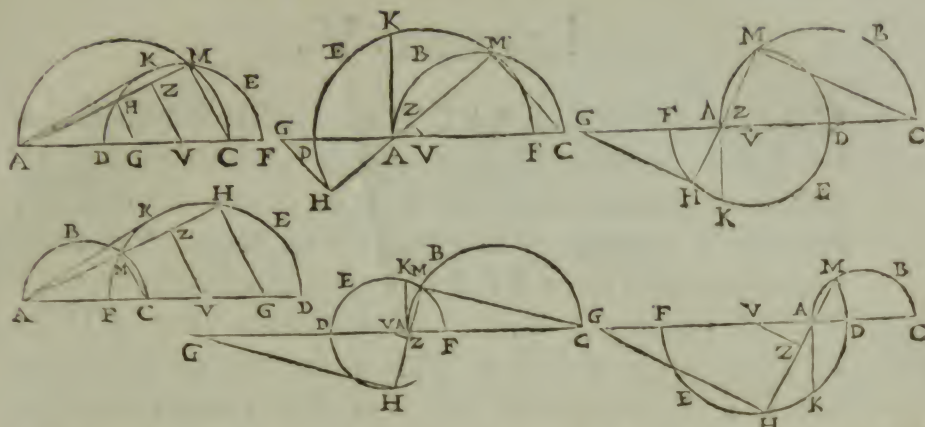
Lemma IV.

SINT duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes AC DF , qui se inuicem secant, etiam si compleantur in M , & iungatur AM , ducatur autem AK contingens semicirculum DEF in K si punctum A sit extra basim semicirculi DE , si verò sit in ipsa base ducatur AK perpendicularis ipsi DF secans semicirculum DEF in K , & existente V centro circuli DEF , fiat VG æqualis VC . Dico vt AG ad AC ita esse quadratum AK ad quadratum AM .

Conectatur enim MC , & semicirculus DEF vel circulus completus secet AM etiam productam in H , & conectatur quoque GH ,

LIBER SECVNDVS.

J



GH, & ducatur VZ perpendicularis ad MH. Aequales igitur ^{3. Terz} erunt MZ ZH, & ipsa VZ parallela erit ipsi MC, quia & MC perpendicularis est ad MH, rectus est enim angulus AMC in semicirculo; Quare ob eas parallelas & anguli ACM AVZ aequales erunt; Et propterea similia triangula AMC AZV. ut igitur AV ad AC ita erit AZ ad AM. Et existente puncto V inter AC, erit conuertendo & diuidendo, existente vero A inter CV, erit conuertendo & componendo, at existente C inter AV, erit per conuersionem rationis & conuertendo ut VC hoc est VG ad AV ita ZM, seu ZH ad AZ, & rursus existente V inter AG, erit componendo, existente vero A inter VG, erit diuidendo, at existente G inter AV, erit conuertendo & per conuersionem rationis & rursus conuertendo ut AG ad AV ita AH ad AZ, & permutando ut AG ad AH ita erit AV ad AZ. Duo igitur triangula AHG AZV circa aequales angulos qui sunt ad A proportionalia habent latera, ergo ^{6. Sext} sunt aequiangula, quare angulus AHG aequalis est angulo AZV, & angulus AGH aequalis angulo AVZ, sed anguli AZV AVZ aequales sunt anguli AMC, ACM utrique uterque propter parallelas ZV MC, ergo anguli AHG AGH aequales sunt angulis AMC ACM, ac proinde similia triangula AHG AMC. Vt igitur AG ad AC ita erit AH ad AM. Sed ut AH ad AM ita ^{1. Sext} est rectangulum HAM ad quadratum AM, eandem enim habent altitudinem AM; ergo ut AG ad AC, ita erit rectangulum HAM, hoc ^{35. & 36. Terz} est quadratum AK ad quadratum AM, quod erat ostendendum.

Lemma

Lemma V.

Sint duo semicirculi $ABCDEF$ in directum bases habentes, & recta AK contingens semicirculum DEF in K secet alterum ABC in T , & ex centro circuli DEF , quod sit V ponatur VG æqualis VC , & per A ducatur utcumque recta linea $AEBH$ secans circumferentias $KFTC$ in punctis E, B , Circumferentiam vero KD in H , & iungantur GH, GK, KD , quibus parallele agantur CS, CY, YX secantes BA, TA, FA etiam continuatas in punctis S, Y, X , & fiat* ut AG ad AC , Ita quadratum AK ad quadratum AI . Dico ut AG ad AC , ita esse FC ad CX , & ita EB ad BS , & ita quoque KT ad TY , adque vnumquodque rectangulorum YAK, EAS, FAX quadrato AI æquale esse.

Lem. 3.

Quoniam enim æquales sunt VG, VC , & æquales quoque VD, VF , erunt per æqualium æqualibus additionem, vel subtractionem æquales & DG, FC . & quoniam propter parallelas KD, XY æquales sunt anguli GDK, CXY , & propter parallelas GK, CY æquales anguli DGK, XCY similia erunt triangula DGK, XCY , ut igitur GK ad GD , ita erit CY ad CX , & permutando ut GK ad CY , ita GD , hoc est FC ad CX .

Aequè quoniā parallele sunt GK, CY erit angulus AGK æqualis angulo ACY , & angulus AKG æqualis angulo AYC , unde similia* erunt triangula AGK, ACY & propter similitudinem erit, ut AG ad GK , ita AC ad CY , & permutando ut AG *ad AC , ita GK ad CY , sed ut GK ad CY ostensa est FC ad CX , ergo ut AG ad AC , ita erit FC ad CX , quod est primum.

Deinde iungatur BC , & ei parallela agatur GR , æqualis igitur erit angulus ARG angulo ABC , & ideo rectus, quia & ipse ABC in semicirculo rectus est, unde HR * EB æquales erunt.

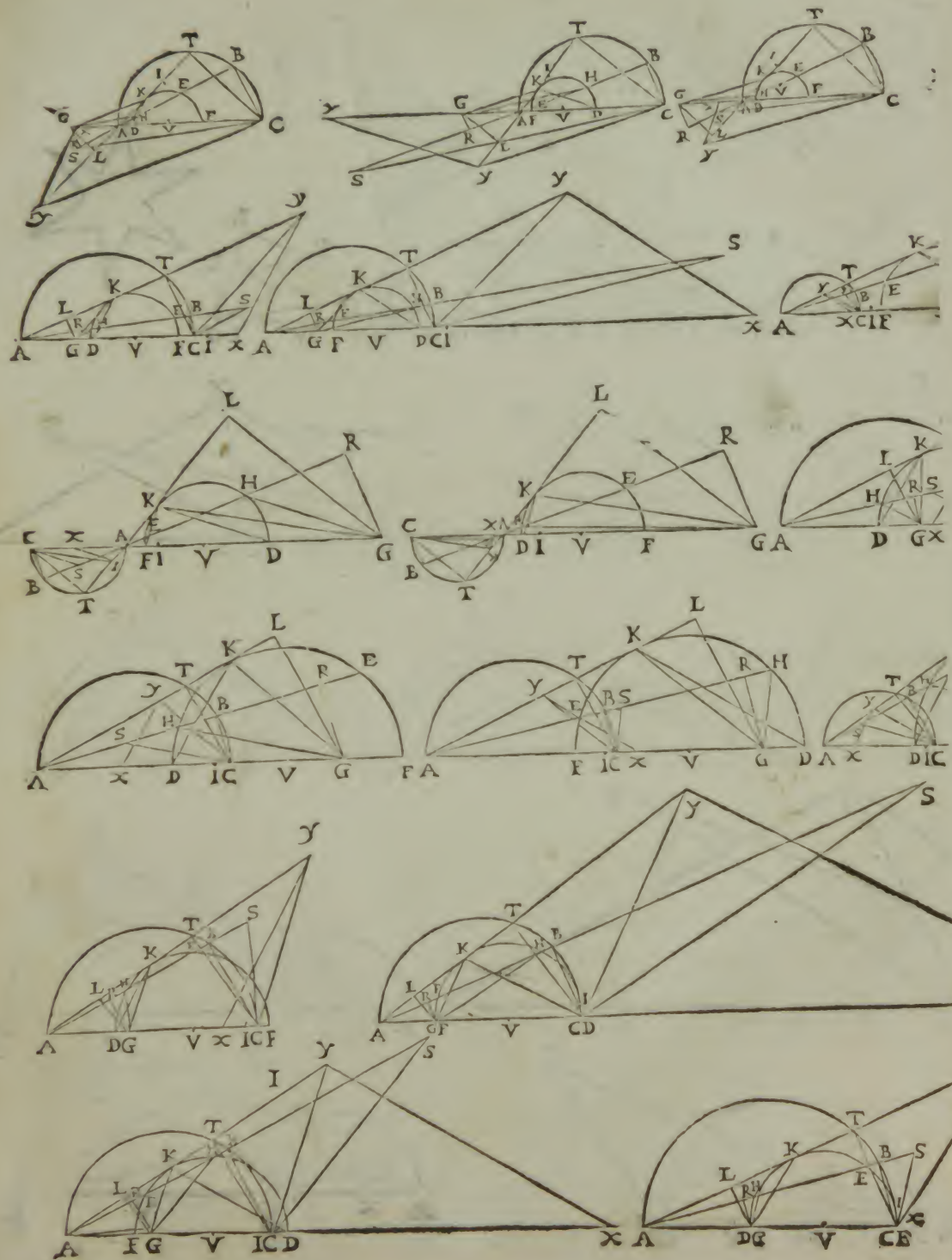
Lem. 2.

Et quoniam parallele sunt GH, CS , erit angulus GHR æqualis angulo CSB , est autem & angulus HRG æqualis angulo SBC , rectus nempe recto, ergo similia erunt triangula HRG, SBC , quare ut GH ad HR , ita erit CS ad SB , & permutando ut GH ad CS , ita HR , hoc est EB ad BS .

Similiter

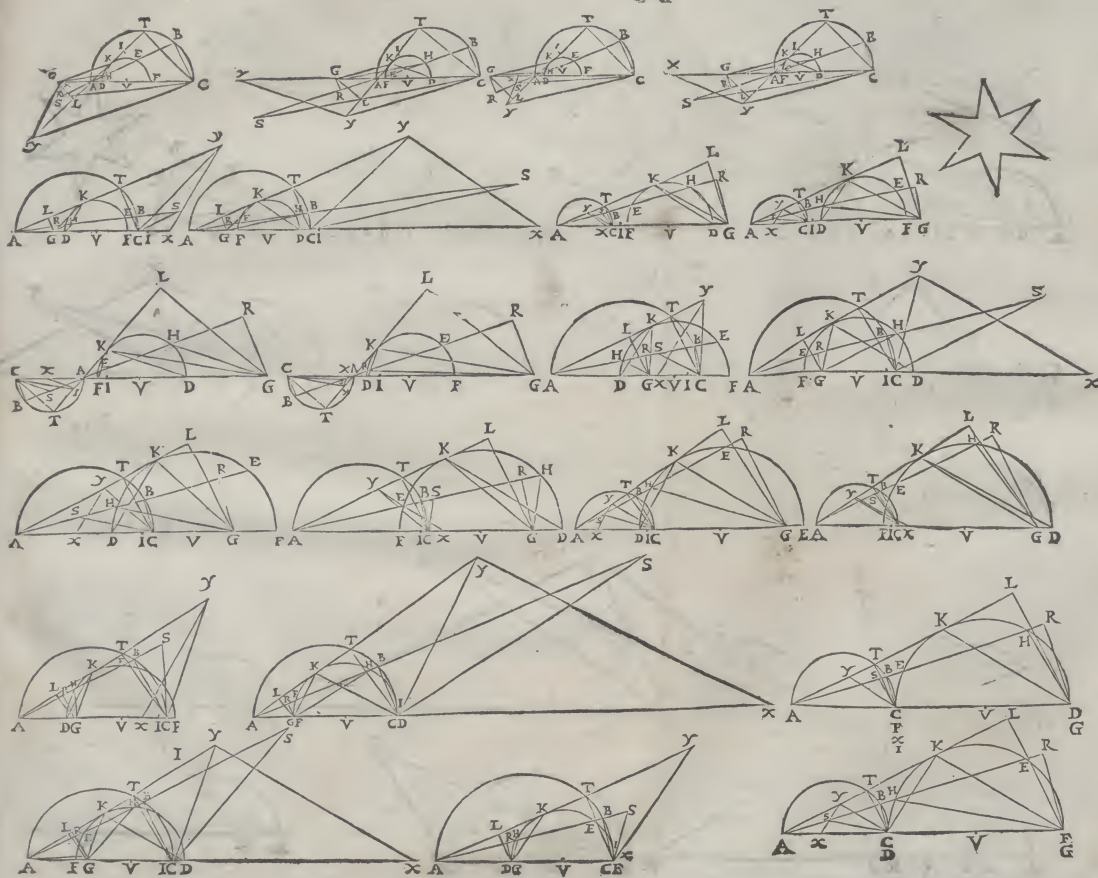
LIBER SECVNDV

Figura Lemmatis V. collocandæ inter sextam & septi



LIBER SECVNDVS.

Figura Lemmatis V. collocanda inter sextam et septimam paginam.



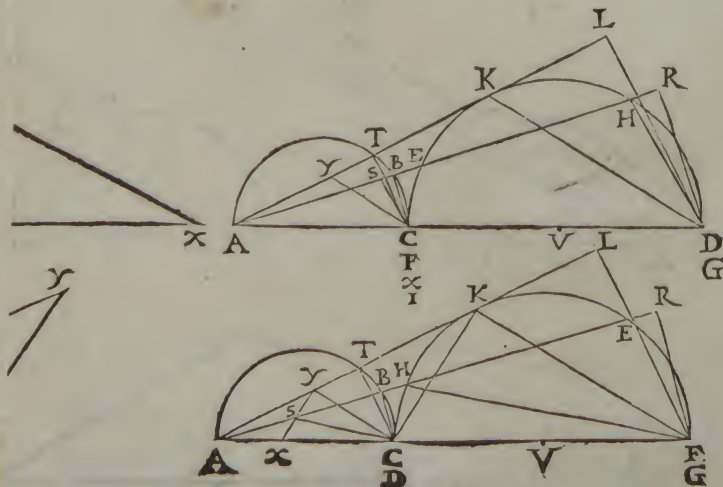
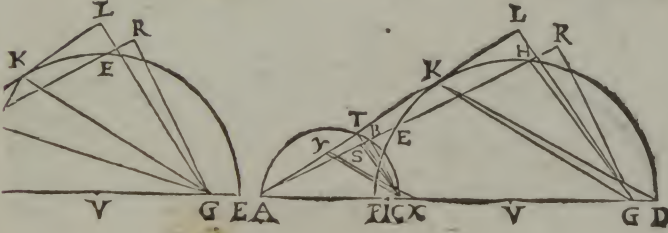
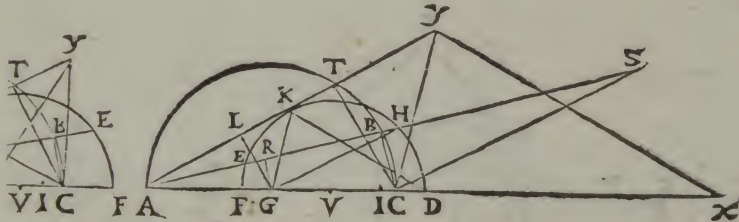
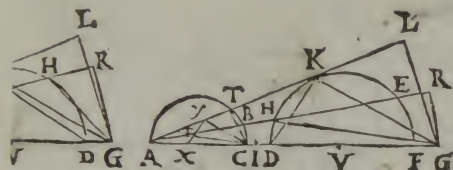
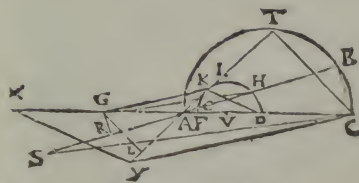
APOLLONII REDIVIVI

Figure Lemmatis V. collocande inter sextam & septimam paginam



S.

imam paginam.



Similiter quoniam parallelae sunt GH CS anguli AGH ACS, erunt aequales, & aequales quoque anguli AHG ASC, & ideo similia * triangula AGH ACS, ut igitur AG ad GH, ita erit AC ad CS, & permutando, ut AG ad AC, ita GH ad CS, sed ut GH ad CS, ita est EB ad BS, ut demonstrauimus: Ergo ut AG ad AC, ita erit EB ad BS, quod esto secundum.

Iam conectatur TC, & ei parallela agatur GL, ergo angulus KLG aequalis erit angulo ATC, sed rectus est ATC in semicirculo, ergo & KLG rectus erit, & ideo aequales * LK KT.

Lam. 2.

Et quoniam similia sunt triangula KLG YTC, sunt enim aequales anguli GKL CYT ob parallelas GK CY, & aequales anguli KLG YTC, quia recti, Erit ut GK ad KL, ita CY ad YT, & permutando, ut GK ad CY, ita KL hoc est KT ad TY, sed & AG ad AC est ut GK ad CY, ut demonstrauimus ad signum B, Ergo ut AG ad AC, ita erit KT ad TY, atque id esto tertium.

Et quoniam similia sunt triangula AGK ACY, ut ad signum A demonstrauimus, erit AG ad AK, ut AC ad AY, & permutando AG ad AC erit ut AK ad AY, sed ut AK ad AY, ita * est quadratum AK ad rectangulum YAK, sunt enim eiusdem altitudinis AK, ergo ut AG ad AC ita erit quadratum AK ad rectangulum YAK, sed ut AG ad AC, ita ponitur quadratum AK ad quadratum AI, ergo rectangulum YAK quadrato AI aequale erit, quod esto quartum.

1. Sexi.

Aequa quoniam similia sunt triangula AGH ACS, ut ad signum C demonstrauimus, erit ut AG ad AH, ita AC ad AS, & permutando, ut AG ad AC, ita AH ad AS, sed ut AH ad AS, ita * est rectangulum EAH ad rectangulum EAS eandem enim EA altitudinem habent, ut igitur AG ad AC, ita erit rectangulum EAH hoc est * quadratum AK ad rectangulum EAS, sed ut AG ad AC, ita ponitur quadratum AK ad quadratum AI, ergo rectangulum EAS aequale erit quadrato AI, quod esto quintum.

1. Sexi.

36. Ter. 17.

Postremo quoniam parallelae sunt KD XY erunt anguli ADK AXY aequales, & aequales anguli AKD AXX, & ideo similia triangula ADK AXY, ut igitur AD ad AK, ita erit AX ad AY, sed ut AD ad AK, ita est * quoque AK ad AF, rectangulum enim FAD aequatur * quadrato AK, ergo ut AX ad AY, ita erit AK ad AF: Vnde rectangulum FAX sub extremis * aequale erit rectangulo YAK sub medijs, sed rectangulum YAK aequale est quadrato AI, ut quarto loco demonstrauimus: Ergo & rectangulum FAX eidem quadrato AI aequale erit, quod postremo loco erat demonstrandum.

17. Sexi.

36. Ter.

17.

16. Sexi.

COROLLARIUM.

CONstat igitur rectangula YAK EAS FAX æqualia esse, etenim vnumquodque eorum ostensum est æquale quadrato AI .

In semicirculis seinuicem secantibus facile rectam AI inueniemus, si enim à puncto A ad punctum sectionis, quod sit M ducatur recta linea AM , eique ponatur æqualis AI , ea erit de qua quæritur, est enim vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AM .*

Similiter & in semicirculis seinuicem tangentibus facillimè inueniemus rectam AI , ea enim æqualis est rectæ AC , nam cum rectangulum GAC æquale sit quadrato AK , proportionales* erunt AG AK AC . Vt igitur* AG ad AC , prima videlicet ad tertiam, ita erit quadratum secundæ AK ad quadratum AC tertiæ.*

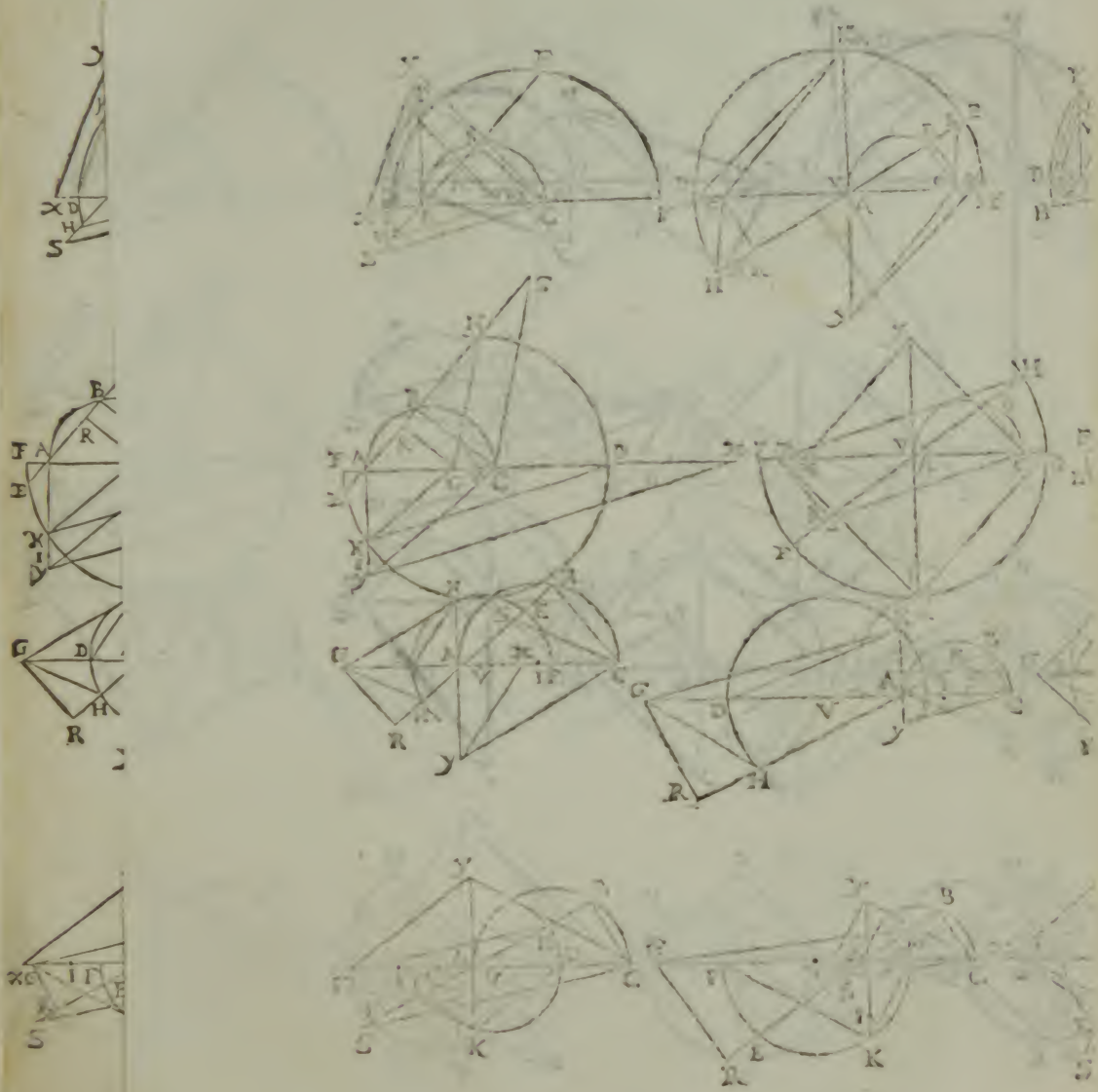
Lemma VI.

SInt duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes, & recta AK perpendicularis ad AC secet semicirculum DEF in K , & per A ducatur vtcunque recta linea ABE secans circumferentiâs ABC KF in punctis B E , & compleatur circulus $DEFH$, quem EA continuata secet in H , & ex eius centro, quod sit V ponatur VG æqualis VC , & conectâtur GH GK KD , quibus parallele agantur CS CY YX secantes EA AK FA etiam productas in punctis S Y X , & fiat* vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AI . Dico vt AG ad AC ita esse FC ad CX , & ita EB ad BS , & ita quoque AK ad

8 leg

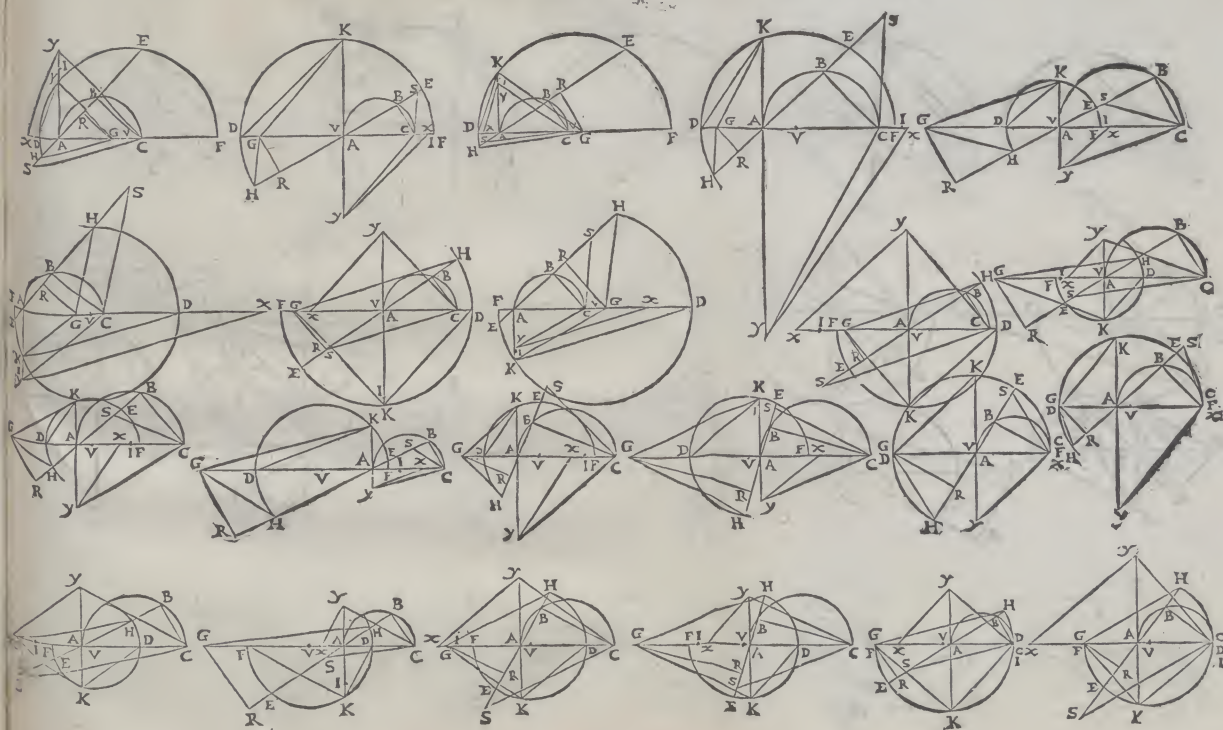
LIBE

Figura Lemmatis VI.c



APOLLONII REDIVIVI

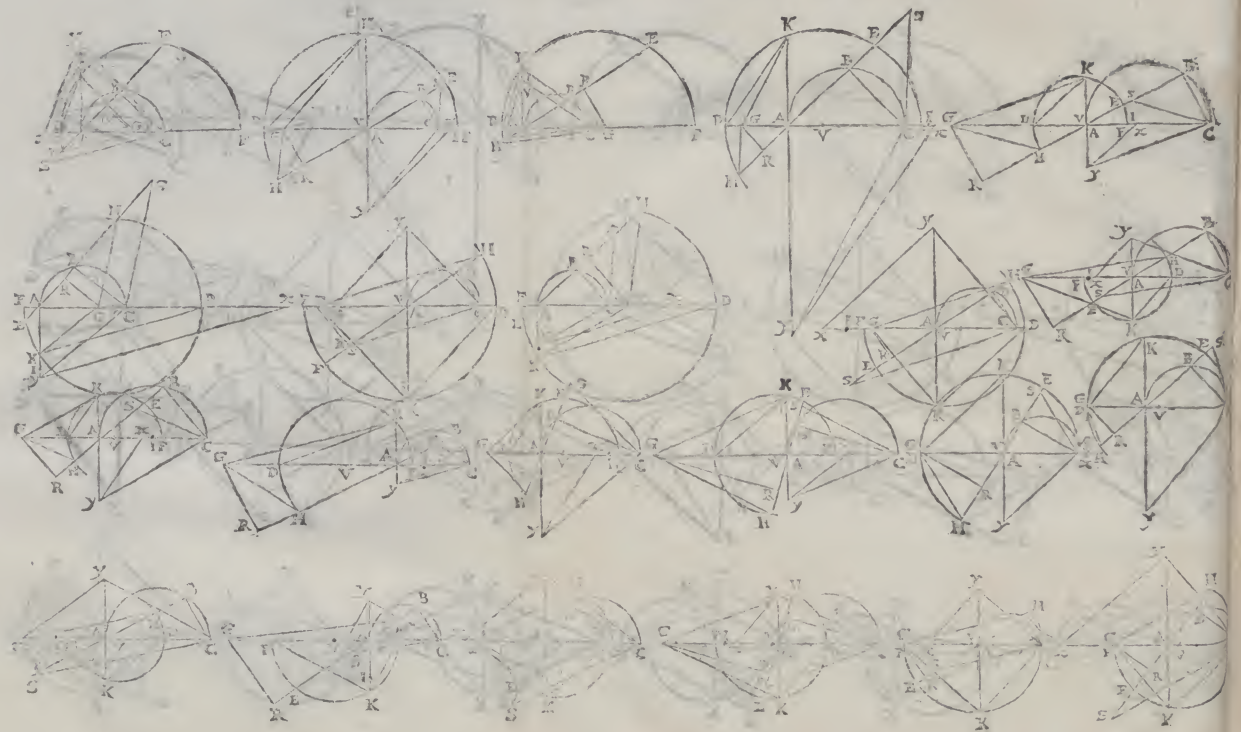
Figura Lemmatis VI. collocanda inter octavam & nonam paginam.



8 *ley*

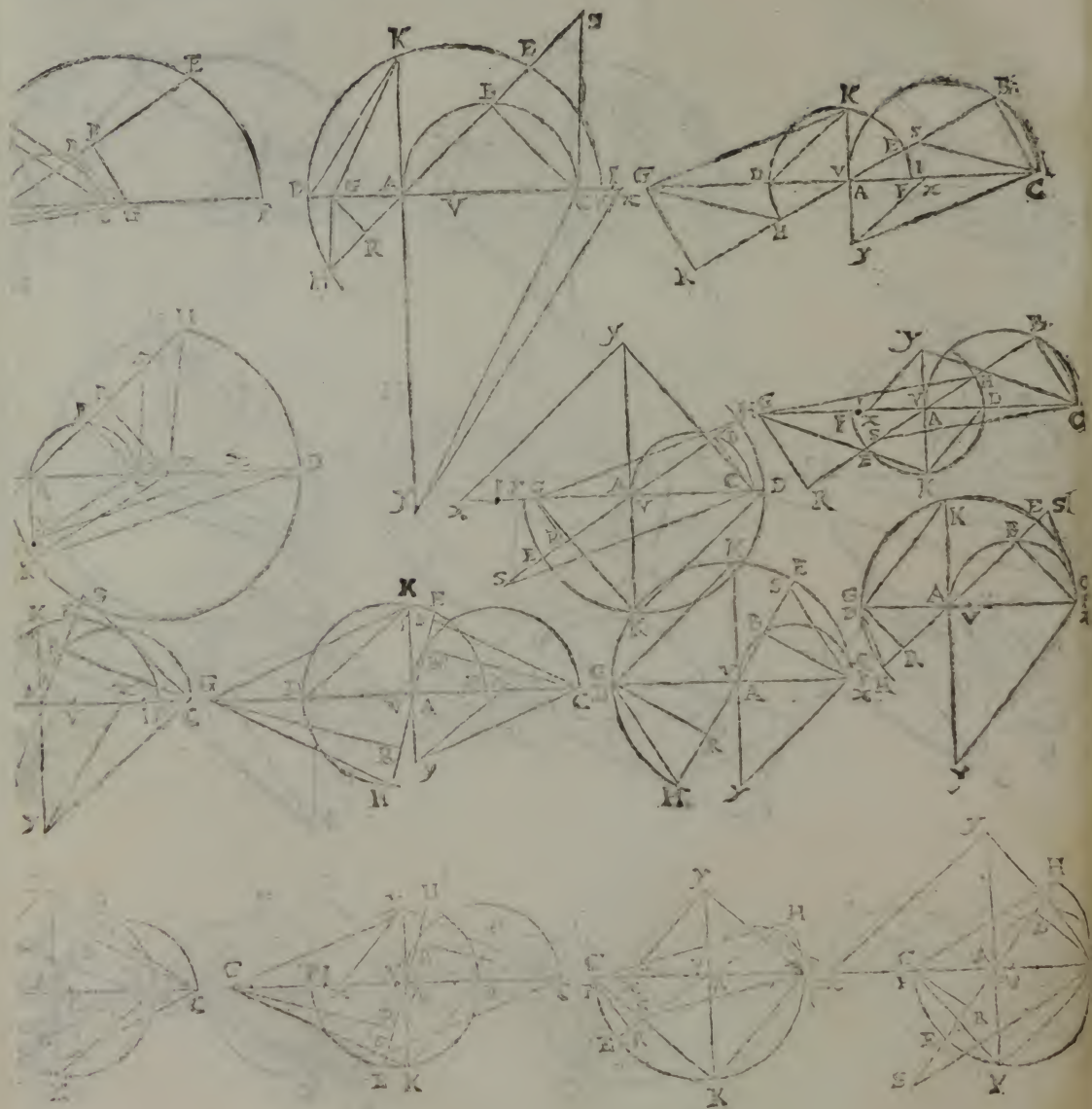
LIBER SECVNDVS.

Figure Lemmatis VI. collocanda inter octauam & nonam paginam.



R S E C V N D V S.

ollocanda inter octauam & nonam paginam.



ad AY. Et insuper vnumquodque rectangulorum YAK
EAS FAX quadrato AI æquale esse.

Quoniam enim æquales sunt VG VC, & æquales quoque VD
VF, erunt æquales & DG FC. Et quoniam æquales sunt anguli
YCX KGD ob parallelas YC KG, & æquales quoque anguli
YXC KDG ob parallelas YX KD, similia erunt triangula KGD
YCX. Vtrigitur KG ad GD ita erit YC ad CX, & permutando
vt KG ad YC, ita GD hoc est FC ad CX.

Similiter quoniam propter parallelas YC KG, æquales sunt an-
guli AGK ACY, & æquales AKG AYC similia erunt triangula
* AGK ACY; quare vt AG ad GK, ita erit AC ad CY, & per-
mutando vt AG ad AC, ita GK ad CY, sed vt GK ad CY, ita est
FC ad CX, vt demonstrauius, ergo vt AG ad AC, ita etit FC
ad CX, quod est primum. A

Iam conestatur BC, cui parallela agatur GR. Angulus igitur
ARG æqualis erit angulo ABC, sed rectus est ABC in semicircu-
lo, ergo & ARG rectus erit. Quare æquales * erunt HR EB. Lem. 2.

Et quoniam parallelæ sunt GH CS, & parallelæ RG BC erit
angulus GHR æqualis angulo CSB, & angulus HRG æqualis
angulo SBC, vnde similia erunt triangula HRG SBC, & propter
similitudinem erit, vt GH ad HR, ita CS ad SB, & permutando
vt GH ad CS ita HR, hoc est EB ad BS.

Similiter quoniam parallelæ sunt GH CS anguli AGH ACS,
erunt æquales, & æquales quoque anguli AHG ASC, ac proinde
similia * triangula AGH ACS, ergo vt AG ad GH, ita erit AC
ad CS, & permutando vt AG ad AC, ita GH ad CS, sed vt GH
ad CS ita nunc ostensa est EB ad BS, vt igitur AG ad AC, ita
erit EB ad BS, quod est secundum. B

Et quoniam ad signum A demonstrauius similia esse triangula
AGK ACY, erit vt AG ad AK, ita AC ad AY, & permutando,
vt AG ad AC, ita erit AK ad AY, atque id est tertium.

Deinde quoniam quadratum AK, & rectangulum YAK can-
dem habent altitudinem AK, erit vt * AK ad AY, ita quadratum 1. Sexti.
AK ad rectangulum YAK sed AK ad AY est vt AG ad AC, vt
tertio loco demonstrauius, ergo vt AG ad AC, ita erit quadratum
AK ad rectangulum YAK, sed vt AG ad AC, ita ponitur quadra-
tum AK ad quadratum AI, ergo rectangulum YAK quadrato
AI æquale erit, quod est quartum.

Eadem ratione. Quoniam rectangula EAH EAS eandem habent
altitudinem EA erit vt * AH ad AS, ita rectangulum EAH ad re- 1. Sexti.
ctangulum EAS, sed AH ad AS est vt AG ad AC propter trian-
gulorum AGH ACS similitudinem quam ad signum B demon-
strauius: Ergo vt AG ad AC, ita erit rectangulum EAH, hoc
est

35. Ter-
19. * est quadratum AK ad rectangulum EAS, sed idem quadratum AK ponitur se habere ad quadratum AI, ut AG ad AC, ergo rectangulum EAS æquale erit quadrato AI, quod est quintum.

Postremo, quoniam parallelæ sunt KD YX, erit angulus ADK æqualis angulo AXY, & angulus AKD angulo AXY, & ideo similia triacula ADK AXY. Ut igitur AD ad AK, ita erit AX ad AY, sed ut AD ad AK ita * est quoque AK ad AF, rectangulum enim DAF * æquale est quadrato AK, ergo ut AX ad AY, ita erit AK ad AF, quare rectangulum FAX sub extremis * æquale erit rectangulo YAK sub medijs, sed rectangulum YAK ostensum est quarto loco æquale quadrato AI, ergo, & rectangulum FAX eidem quadrato AI æquale erit, quod sexto & ultimo loco erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Manifestum est igitur rectangula YAK EAS FAX æqualia esse, ostensum enim est vnumquodque eorum æquari quadrato AI.

*In semicirculis seinuicem secantibus recta AI æqualis est rectæ lineæ quæ à puncto A ad punctum sectionis quod sit M iurcitur, demonstratum * est enim ut AG ad AC ita esse quadratum AK ad quadratum AM.*

*In semicirculis verò seinuicem tangentibus recta AI æqualis est rectæ AC, nam cum sint tres rectæ lineæ proportionales AG AK AC est ut AG * ad AC prima videlicet ad tertiam, ita quadratum AK secundæ ad quadratum AC tertiæ. Itaque in semicirculis seinuicem secantibus, aut tangentibus facillimè inuenietur recta AI.*

Lemma VII.

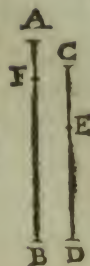
Differentia maximæ & minimæ quatuor magnitudinum maior est quàm reliquarum differentia.

Sint

LIBER SECVNDVS.

II

Sint quatuor magnitudines AB CD CE AF, sitque maxima AB, minima AF, differentia igitur maximæ & minimæ erit FB, differentia vero reliquarum CD CE erit ED. Dico ipsam FB maiorem esse quam ED. Quoniam enim AB maior est quam CD, AF vero minor quam CE, erit reliqua FB maior quam ED reliqua, à maiore enim AB ablata est minor quantitas quam à minore CD. Quare constat propositum.



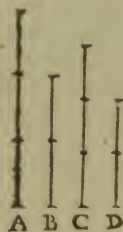
Lemma VIII.

SI quatuor magnitudinum proportionalium vna extremarum aut mediarum fuerit maxima. Altera minima erit.

Sint quatuor magnitudines proportionales AB CD, sitque A ad B, vt C ad D, & sit vna extremarum, utpote A, omnium maxima. Dico alteram extremam D minimam esse. Quoniam enim maxima ponitur A prima, ea est maior quam C tertia, ergo & secunda B maior est quam D quarta. Et quoniam est vt A ad B ita C ad D, A vero maior quam B, erit & C maior quam D. Sic igitur ipsa D omnium est minima.



Sed sit maxima vna mediarum, nempe B. Dico alteram mediam C minimam esse. Quoniam enim vt A ad B, minor nempe ad maiorem, ita est C ad D, erit & C minor quam D. Et quoniam est vt A ad B, ita C ad D, erit conuertendo vt B ad A ita D ad C, est autem B maior quam D, cum sit omnium maxima, ergo & A quam C maior erit. Minima est igitur omnium C. Quare constat propositum.



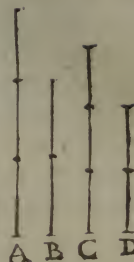
Lemma IX.

SI composita ex extremis quatuor magnitudinum proportionalium fuerit maior quam composita ex medijs. Altera extremarum maxima erit. Altera minima.

Sint quatuor magnitudines proportionales A B C D, & sit vt
B 2 A ad

Lem. 8.
25. Quin
ti.
Lem. 8.

A ad B ita C ad D, sit autem composita ex extremis AD maior quam composita ex medijs BC. Dico alteram ipsarum AD maximam esse, alteram minimam. Si enim fieri potest neutra ipsarum AD sit maxima, ergo una mediarum erit maxima. Et consequenter * altera minima: unde composita ex maxima * & minima, hoc est ex medijs maior erit quam composita ex reliquis, hoc est ex extremis, quod est absurdum, ponitur enim composita ex extremis maior quam composita ex medijs. Cum igitur neutra mediarum sit maxima, erit maxima una extremarum, & per consequens * altera minima.

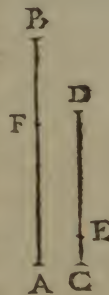


Lemma X.

Similiter si differentia extremarum quatuor magnitudinum proportionalium fuerit maior quam differentia mediarum. Altera extremarum maxima, Altera minima erit.

Lem. 8.
Lem. 8.

Sint quatuor magnitudines proportionales AB CD DE BF, & AF differentia videlicet extremarum AB BF sit maior quam CE differentia mediarum CD DE. Dico AB maximam esse proportionalium, FB minimam. Si enim fieri potest non sit maxima AB. Ergo CD maxima erit, & consequenter * DE minima. Itaque DE minor erit quam BF. Si igitur à maiori auferatur minor quantitas quam à minore, reliqua maioris maior erit quam reliqua minoris; auferatur ergo DE a CD, & FD ab AB, reliqua CE maior erit quam reliqua AF, quod est absurdum, Ponitur enim AF maior quam CE. Non est igitur maxima CD, ergo AB maxima erit, & per consequens * BF minima, quod erat ostendendum.

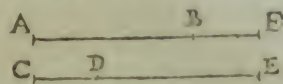


Lemma XI.

Si composita ex extremis quatuor magnitudinum proportionalium fuerit æqualis compositæ ex medijs. Maior extremarum æqualis erit maiori mediarum, Minor minori.

Sint

Sint quatuor magnitudines proportionales AB CD DE BF, sitque AF composita ex extremis æqualis CE composita ex medijs, & sit AB maior extrema,



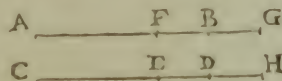
DE maior media. Dico AB DE æquales esse, itemque æquales BF CD. Si enim non sunt æquales erit altera maior, altera minor. Sit primum AB si fieri potest maior quam DE, ergo multo maior erit quam CD, sed AB ponitur quoque maior quam BF; Ergo ipsa AB omnium erit maxima, & consequenter * BF minima; unde AF composita ex maxima & minima maior erit quam CE composita ex reliquis, quod est absurdum, ponuntur enim æquales AF CE, non igitur AB maior est quam DE. Lem. 8.

Sed sit AB si fieri potest minor quam DE, ergo BF multo minor erit, sed & CD ponitur minor quam DE, ergo DE omnium erit maxima CD vero * minima, atque adeo CE composita ex maxima. & minima maior erit quam AF composita ex reliquis, quod itidem est absurdum, Ponuntur enim æquales AF CE. Non igitur AB minor est quam DE. Cum itaque AB non sit maior, neque minor quam DE, erit ipsi æqualis, & per consequens CD æqualis quoque BF, est enim ut AB ad CD ita DE ad BF, & est AB prima æqualis DE tertia ut demonstrauius, ergo & secunda CD æqualis est BF quarta. Quare constat propositum. Lem. 8.

Lemma. XII.

Similiter si differentia extremarum quatuor magnitudinum proportionalium fuerit æqualis differentia mediarum. Maior extrema maiori media æqualis erit, Minor autem minori.

Sint quatuor magnitudines proportionales AB CD DE BF. Sit autem AF differentia extremarum æqualis CE differentia mediarum. Dico AB CD æquales esse, & æquales quoque DE BF. Producantur, enim AB CD ut BG sit æqualis ED, & DH æqualis FB. Quoniam igitur BG æqualis est ED, & FB æqualis DH, erit FG æqualis EH, sed & AF æqualis est CE, ergo tota AG tota CH æqualis erit.



Et quoniam est ut AB ad CD ita DE ad BF, erit permutando ut AB ad ED, hoc est ad BG ita CD ad BF, hoc est ad DH, & componendo ut AG ad BG, ita erit CH ad DH, sed AG ostens-

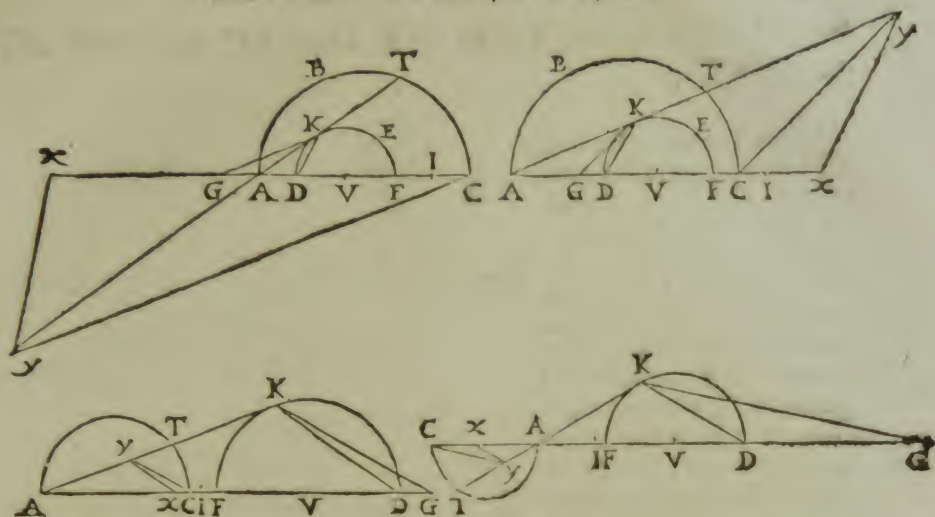
ostensa est æqualis CH, ergo & BG æqualis erit DH, hoc est E D æqualis erit ipsi FB, minor videlicet mediarum minori extremarum. Atque si æqualibus FB ED addantur æquales AF CE, erit & AB æqualis CD, hoc est maior extremarum maiori mediarum. Maior igitur extrema maiori mediæ æqualis est, minor autem minori, quod erat ostendendum.

Lemma XIII.

Sint duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes, & recta AK contingens semicirculum DEF in K secet ipsum ABC in T, & ex centro circuli DEF, quod sit V ponatur VG æqualis VC, & fiat * vt AG ad AC, ita quadratum AK ad quadratum AI. Sit autem AF maior quam AK, & AI non minor quam AF. Vel sit AF minor quàm AK, & AI non maior quàm AF. Dico KT maiorem esse quam FC.

Iungantur enim GK KD, eisque parallelæ agantur CY YX secantes KA FA continuatas in punctis YX, & sit primum AF maior quàm AK, & AI non minor quàm AF, ergo neque AX minor erit quàm AF, alioquin rectangulum FAX minus esset quadrato AI, quod fieri non potest, est enim * æquale. Cum igitur AF maior sit quàm AK, & AX non minor quàm AF, erit & ipsa AX maior quàm AK. Eadem ratione, quoniam AK minor est quàm AF, & per consequens minor quàm AI, erit AY maior quàm AK, alioquin sequeretur quod rectangulum YAK minus esset quadrato AI, quod fieri non potest, ostensum * enim est æquale. Cum igitur AY maior sit quàm AK, similiter & utraque ipsarum AF AX maior quàm AK, erit ipsa AK minima quatuor proportionalium AK AF AX AY. Vnde AY * maxima, (constat quidem eas proportionales * esse, quia æqualia * sunt rectangula YAK FAX) quare YK maior erit quàm XF, composita enim ex maxima, & minima maior * est quàm composita ex reliquis, similiter & differentia maximæ & minimæ * maior quàm differentia reliquarum.

Deinde sit AF minor quàm AK, & AI non maior quàm AF, ergo neque AX maior erit quàm AF, alioquin rectangulum FAX minus esset quadrato AI, quod fieri non potest, est enim * æquale. Cum



Cum itaque AF minor sit quàm AK , & AX non maior quàm AF , erit & ipsa AX minor quàm AK . Similiter quoniam AK maior est quàm AF , & ideo maior quàm AI , erit AY minor quàm AK , alioquin rectangulum YAK maius esset quadrato AI , quod fieri non * potest. Cum igitur AY minor sit quàm AK , *Lem. 5.* similiter & utraque ipsarum AF AX minor, ut demonstrauimus, erit AK maxima quatuor proportionalium AK AF AX AY , & per consequens AY minima, (sunt quidem proportionales * *16. Sexta.* AK AF AX AY , propter quod aequalia * sunt rectangula YAK *Corol.* FA AX), sed composita ex maxima, & minima quatuor proportiona- *Lem. 5.* lium maior * est quàm composita ex reliquis, similiter & differentia *25. Quia* maximæ, & minimæ maior * quàm differentia reliquarum. Ergo *21.* YK maior erit quàm XF , Quod & superiori casu demonstrauimus. *Lem. 7.*

Quoniam igitur utroque casu est, ut AG ad AC , ita * KT ad *Lem. 5.* TY , & ita FC * ad CX , erit KT ad TY ut FC ad CX , & existente puncto K inter puncta YT , erit conuertendo & diuidendo, existente vero T inter YK , erit conuertendo & componendo, at existente Y inter KT , erit per conuersionem rationis, & conuertendo, ut YK ad KT ita XF ad FC , sed YK ostensa est maior quàm XF , ergo & KT quàm FC maior erit, quod erat ostendendum.

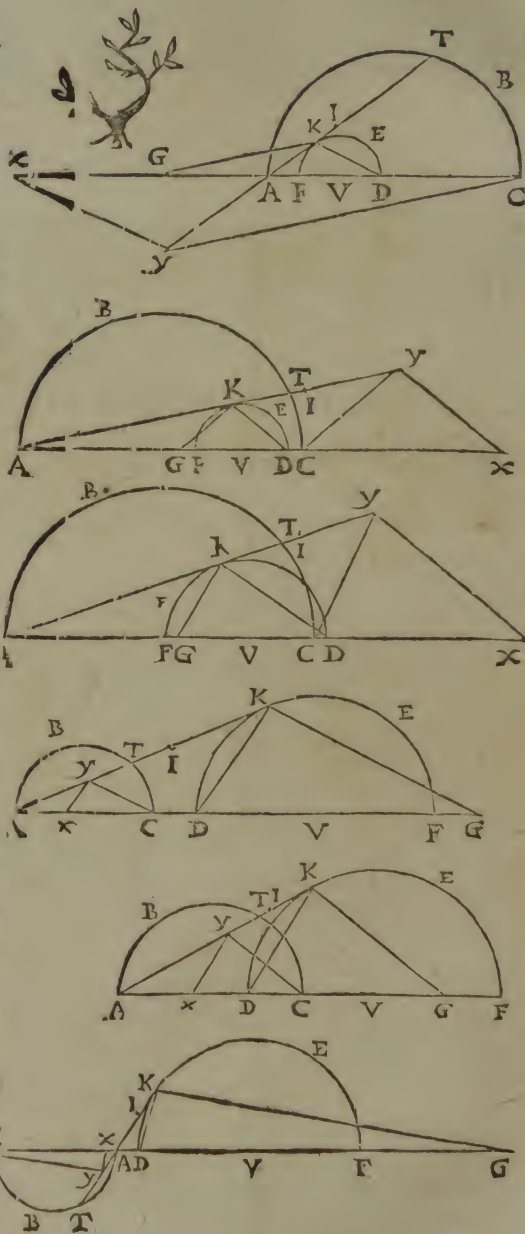
Lemma XIV:

Idem positis. Sit autem AK maior quam AF , & AI non minor quam AK . Vel sit AK minor quam AF , & AI

& AI non maior quàm AK. Dico FC maiorem esse quam KT.

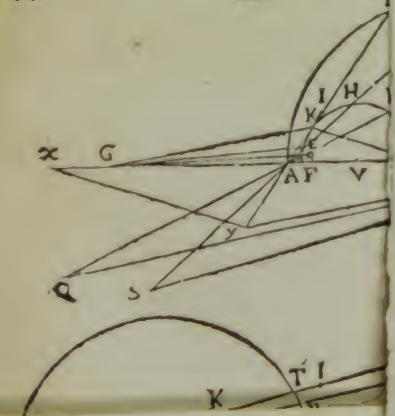
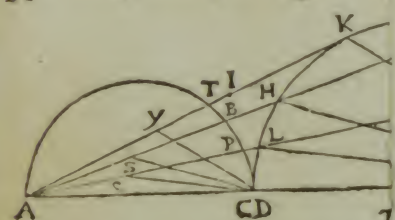
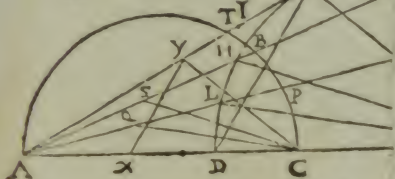
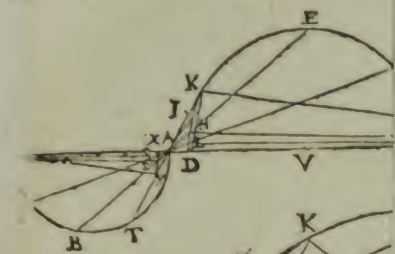
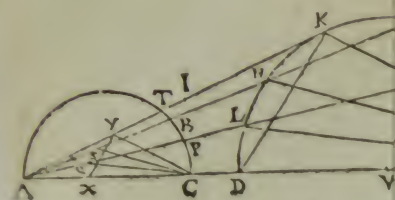
Conectantur enim GK
KD, eisque parallelæ du-
cantur CY YX secan-
tes AK FA etiam con-
tinuatas in punctis YX,
& sit primum AK maior
quàm AF, & AI non
minor quàm AK, ergo
neque AY minor erit
quàm AK, rectangulum
enim YAK æquale* est
quadrato AI, sed AK
maior est quam AF, er-
go & AY quàm AF ma-
ior erit. Et quoniam AI
ponitur non minor quàm
AK, ea maior erit quàm
AF, & AX multo ma-
ior, nam rectangulum
FAX æquale* est qua-
drato AI. Cum igitur v-
naquæque ipsarum AX
AK AY maior sit quàm
AF, ipsa AF minima e-
rit, sed sunt proportiona-
les* AF AK AY AX,
rectangulum enim FAX
æquale* est rectangulo
YAK, Ergo AX altera
nempe extremarum* ma-
xima erit; quare XF ma-
ior erit quàm YK, com-
posita enim ex maxima,
& minima maior* est
quàm composita ex reli-
quis, similiter, & differen-
tia maximæ & minimæ
maior* quàm reliqua-
rum differentia.

Idem



Ponantur ha figura sub linea 2

16 leg



Lam. 5.

Lem. 5.

Lem 8.

16. Sexti.

Carol.

Lem. 5.

25. Quin

ti.

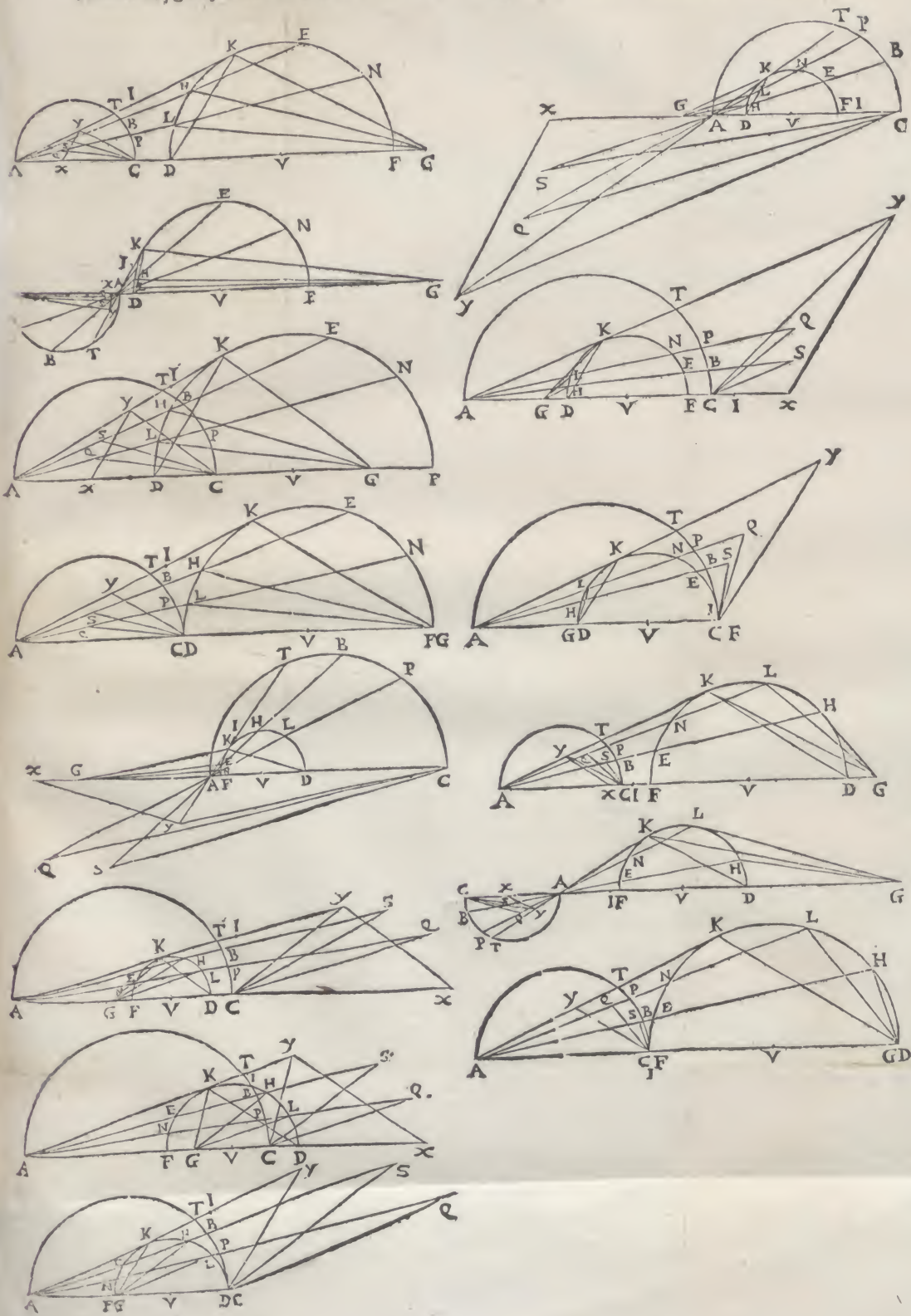
¶ Le 7.

Lem. 5.

Lem. 3.

In semi-
circulis
autem se
invenit tā
gentib. in
quib. pun-
ctū E idē
est quod
punctū C,
sufficit o-
stendere
KT maxi-
mam esse,
eique pro-
pinquiorē
remosiore
maiores
esse.

Ponantur hæc figura sub linea 20. pagina 17. ita ut respiciant ipsam paginam. & Lemmati XV. seruiant.



16 leg



Lem. 5.

Lem. 5.

16. Sex-
ti.

Corol.
Lem. 5.
Lem. 8.

25. Quin-
ti.

Lem. 7.

l
e
t
t
e
r
e
c
e
n
g
i
c
p
A
A
ic
F
d
n
A
A
ri
le
re
a
Y
n
xi
ic
P
&
q
q
ti
n
ri

Idem demonstrabimus si AK minor sit quàm AF & AI non maior quàm AK, nam cum AI non sit maior quàm AK, neque AY maior erit, alioquin rectangulum YAK maius esset quadrato AI, quod fieri non potest, est enim * æquale, sed AK minor est quàm AF, ergo & AY minor erit. Et quoniam AI ponitur non maior quàm AK, & AK minor quàm AF, erit & AI minor quàm AF, & per consequens AX multo minor, rectangulum enim FAX æquale * est quadrato AI. Cum igitur singulæ AX AY AK ostensæ sint minores quàm AF, ipsa AF maxima erit; Vnde AX * minima, sunt enim quatuor proportionales AF AK AY AX, quoniam æqualia * sunt rectangula FAX YAK, ergo XF maior * erit quam YK, quod etiam demonstrauimus & supra.

Vtroque igitur casu, quoniam est vt AG ad AC ita FC * ad CX, & ita * KT ad TY, erit FC ad CX vt KT ad TY, & existente F inter XC erit conuertendo & diuidendo, existente vero C inter FX, erit conuertendo & componendo, at existente X inter FC, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt XF ad FC ita YK ad KT, sed XF ostensæ est maior quàm YK, ergo & FC maior erit quàm KT, quod erat ostendendum.

Lemma XV.

Sint duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes & recta AK contingens semicirculum DEF in K fecer ipsum ABC in T, & ex centro circuli DEF, quod sit V ponatur VG æqualis VC, & fiat vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AI. Sit autem AI vel non minor maiore rectarum AF AK, vel non maior minore. Dico maiorem rectarum KT FC maximam esse omnium quæ per A ductæ inter circumferentias KF TC interijciuntur, minorem vero minimam. Aliarum autem propinquiorem maximæ, remotiore maiorem esse.

Iungantur enim GK KD, eisque parallelæ agantur CY YX secantes KA FA continuatas in punctis YX. Et sit primum cadente AF in concuam circumferentiam FK recta AI non minor maiore

Lem. 5.

Lem. 5.

Lem. 8.

16. Sexti.

Geom.

Lem. 5.

25. Quin.

ti.

Le 7.

Lem. 5.

Lem. 3.

In semi-

circulis

autem se

inuicē ita

geomet. in

quib. pun

ctis E idē

est quod

punctū C,

sufficit o-

stendere

KT maxi

mam esse,

atque pro

pinquiorē

remotiore

maiorem

esse.

C

iore

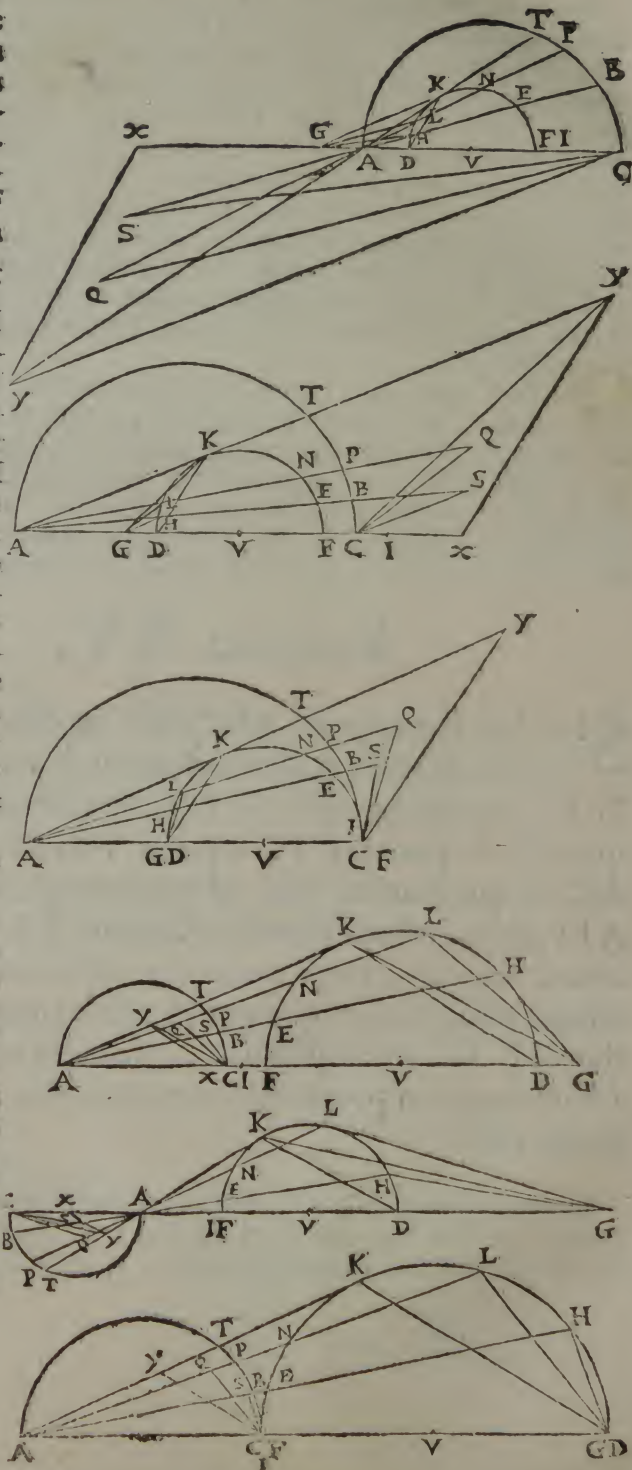
iore rectarū AF
AK. Vel cadente
AF in conuexam
circumferentiam
FK sit AI nō ma-
ior minore recta-
rum AF AK. Er-
go primo casu AF

8. Tertiū. * maior erit quam
AK, unde AI non
minor quam AF
ponitur enim AI
non minor maio-
re rectarum AF
AK. Secundo ca-
su AF minor * erit
quā AK, & AI
non maior quā
AF ex positione.

Itaque utroque ca-
su KT * maior e-
rit quam FC. O-
stendendum est igitur
KT maximam
esse, FC minimā,
aliarum autē pro-
pinquiores ipsi
KT maiorem esse
remotiore.

Ducatur enim
per A utcumq; re-
cta linea AEB se-
cans circumferen-
tias KF TC in
punctis EB, circū-
ferentiā vero KD
in H, & connecta-
tur GH, cui paral-
lela ducatur CS
secans BA etiam
continuata in S.
Rectangulum igitur
YAK * æqua-
le erit rectangulo
EAS;

Corol.
Lem. 5.



EAS, quare vt AK ad AE * ita erit AS ad AY. Cadente qui- *16. Sexti*
dem AF inconcauam circumferentiam FK sic argumentor, sed
AK * minor est quam AE, ergo & AS minor erit quam AY. Et *8. Terrij.*
quoniam ponitur AI nō minor quam AF, ea maior erit quam AK,
& consequenter maior quam AY, rectangulum enim YAK æquale
* est quadrato AI. Cum igitur AI minor sit quam AY, erit & *Lem. 5.*
AF minor, & AE multo minor, & per consequens minor, & AK.
Cum igitur vna quæque rectarum AK AE AS minor sit quam AY,
erit AY maxima, & consequenter * AK minima, sunt enim qua *Lem. 8.*
tuor proportionales AK AE AS AY vt demonstrauius, vnde
YK maior erit quam SE, composita enim ex maxima, & minima
maior * est quam composita ex reliquis, similiter differētia inter ma *25. Quin*
ximam & minimam maior * quam differentia inter reliquas. *ti.*

Cadente vero AF in conuexam circumferentiam FK argumen- *Lem. 7.*
tor hoc modo, sed AK maior * est quam AE, ergo & * AS ma- *8. Terrij.*
ior erit quam AY. & quoniam AI ponitur non maior quam AF,
ea minor erit quam AK, & per consequens maior quam AY re- *14. Quin*
ctangulum enim YAK æquale * est quadrato AI. Cum igitur AI *ti.*
maior sit quam AY, erit maior & AF, atq; AE multo maior, & per
consequens maior quoque & AK. Sic igitur quatuor proportiona- *Lem. 8.*
lium AK AE AS AY minima erit AY, * maxima AK, vnde YK *27. Quin*
maior * erit quam SE vt demonstrauius & in superiori casu. *ti.*

Sed vtroque casu, quoniam est vt AG ad AC ita * KT ad TY, *vel Lem. 7.*
& * ita EB ad BS, erit KT ad TY vt EB ad BS, & existente *Lem. 5.*
puncto K inter YT, erit conuertendo, & diuidendo; existente ve-
ro T inter YK, erit conuertendo, & componendo; at existente Y
inter KT, erit per conuersionem rationis, & conuertendo vt YK
ad KT ita SE ad EB, sed YK ostensa est maior quam SE, ergo
& KT maior erit quam EB. Et sic demonstrabitur omnibus alijs
maior. Maxima est igitur omnium KT.

Similiter quoniam æqualia * sunt rectangula EAS FAX, erit EA *Corol.*
ad AF vt AX ad AS. Cadente quidem AF in concuam cir- *Lem. 5.*
cumferentiam FK, hac ratione argumentor, Sed AE * minor est *8. Terrij.*
quam AF, ergo & AX minor erit quam AS, Et quoniam AI
ponitur non minor quam AF, ea maior erit quam AE, minor au-
tem quam AS, rectangulum enim EAS æquatur * quadrato *Lem. 5.*
AI, ergo & AF minor erit quam AS, & AE multo minor, atque
adeo quatuor proportionalium EA AF AX AS, maxima erit *Lem. 8.*
AS, minima * vero AE, quare SE maior * erit quam XF. *25. Quin*
ti.

Cadente vero AF in conuexam FK circumferentiam argumen- *et Lem. 7.*
tor hoc modo, sed AE maior * est quam AF, ergo & AX ma- *8. Terrij.*
ior * erit quam AS, & quoniam AI ponitur non maior quam *14. Quin*
AF, ea minor erit quam AE, ergo maior quam AS; (rectangu- *ti.*
lum enim EAS æquale est quadrato AI) quare & AF maior

C 2 erit,

recta Linea ANP secans circumferentias KFTC in punctis NP, circumferentiam vero KD in L, sitque NP maxime KT propinquior quàm EB. Iungatur igitur GL eique parallela agatur CQ secans NA, vel ei producta occurrens in Q. Aequalia igitur erunt * rectangula NAQ EAS; quare vt * AN ad AE ita erit AS ad AQ. Si quidem AF in concavam circumferentiam FK cadit sic argumentor, sed AN minor est quàm AE, ergo & AS minor * erit quàm AQ. Et quoniam AI non est minor quàm AF ex positione, ea maior erit quàm AN, & consequenter minor quàm AQ, rectangulum enim NAQ * æquatur quadrato AI, ergo & AF minor erit quàm AQ & AE multo minor, ac etiam minor & AN. Sic igitur quatuor proportionalium AN AE AS AQ maxima erit AQ, & consequenter * minima AN, unde QN maior * erit quàm SE.

Lem. 5
16. Sex. 11

14. Quin. 11.

Lem. 5.

Lem. 8.
25. Quin. 11.

vel Lem. 7.
8. Tercij.

Si vero AF in conuexam FK circumferentiam cadit argumentor hoc modo, sed AN maior * est quàm AE, ergo & AS maior erit quàm AQ. Et quoniam AI ponitur non maior quàm AF, ea minor erit quàm AN, & per consequens maior quàm AQ, rectangulum enim NAQ æquale est quadrato AI, ergo & AF minor erit quàm AS, minor quoque & AE, atque AN multo minor. Sic igitur quatuor proportionalium AN AE AS AQ minima erit AQ, unde maxima AN; quare QN maior * erit quàm SE. Atque hoc idem demonstrauimus & supra.

25. Quin. 11.

vel Lem. 7.

Vtroque igitur casu quoniam est vt AG ad AC ita * NP ad PQ & ita * EB ad BS, erit NP ad PQ vt EB ad BS, & existente N inter PQ erit conuertendo & diuidendo, existente vero P inter NQ erit conuertendo & componendo, at existente Q inter NP, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt QN ad NP ita SE ad EB, sed QN ostensa est maior quàm SE, ergo & NP maior erit quàm EB, hoc est propinquior maximæ maior quàm remotior.

Lem. 5.

Deinde cadente AF in concavam circumferentiam FK. Sit AI nō maior minore rectarum AF AK. Vel cadente AF in conuexam circumferentiam FK, sit AI non minor maiore rectarum AF AK. Primo igitur casu AK minor * erit quàm AF, unde AI non maior quàm AK ex positione. Secundo casu AK * maior erit quàm AF, & consequenter AI non minor quàm AK Similiter ex positione. Itaque vtroque casu * FC maior erit quàm KT. Ostendendum est igitur FC maximam esse, KT minimam, atque propinquiorem ipsi FC remotiore maiorem esse.

8. Tercij.

8. Tercij.

Lem. 14.

Ducatur enim per A quævis recta linea AEB secans circumferentias KFTC in punctis EB, circumferentiam vero KD in H, & conectatur GH, eique parallela ducatur CS secans BA etiam continuatam in S. Rectangulum igitur FAX æquale * erit rectangulo EAS, quare vt AF ad AE ita erit AS ad AX. Cadente quidem AF in

Corol.

Lem. 5.

AF in

8. Tertiij. AF in concavam circumferentiam FK, sic argumentor, sed AF
 14. Quin- maior * est quam AE, ergo * & AS maior erit quam AX. Et quo-
 ti. niam ponitur AI non maior quam AK, ea minor erit quam AF,
 ergo maior quam AX, rectangulum enim FAX æquale est qua-
 drato AI. Cum Itaque AI maior sit quam AX, erit & AK maior,
 atque AE multo maior, & per consequens maior & AF. Quatuor
 25. Quin- igitur proportionalium AF AE AS AX minima est AX, vnde
 ti. maxima AF, atque adeo XF maior * erit quam SE.

8. Tertiij. Cadente vero AF in convexam circumferentiam FK argumen-
 14. Quin- tor hoc modo, sed AF minor * est quam AE, ergo & * AS minor
 ti. erit quam AX. Et quoniam ponitur AI non minor quam AK, ea
 Lem. 5. maior erit quam AF, & per consequens minor quam AX, rectan-
 gulum enim FAX æquatur * quadrato AI. Cum igitur AI minor
 sit quam AX, erit minor & AK, & AE multo minor, & consequenter
 minor quoque & AF. Sic igitur quatuor proportionalium AF AE
 25. Quin- AS AX maxima erit AX, minima vero AF, atque adeo XF ma-
 ti. ior * erit quam SE, quod & superiori casu demonstraui-
 Lem. 7. mus.

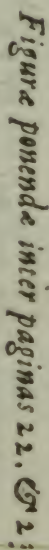
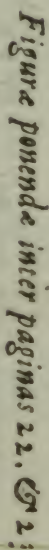
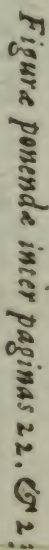
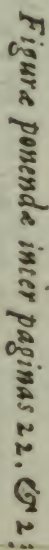
8. Tertiij. In utroque casu igitur, quoniam est ut AG ad AC ita * FC ad
 Lem. 5. CX, & ita * EB ad BS, erit FC ad CX ut EB ad BS, & existente
 C inter XF erit conuertendo & componendo, existente vero F in-
 ter XC, erit conuertendo & diuidendo, at existente X inter FC,
 erit per conuersionem rationis & conuertendo ut XF ad FC ita SE
 ad EB, sed XF ostensa est maior quam SE, ergo & FC maior erit
 quam EB. Eademque ratione demonstrabitur omnibus alijs maior.

Corol. Maxima est igitur FC.

Lem. 5. Et quoniam æqualia * sunt rectangula EAS YAK, erit ut * AE
 16. Quin- ad AK ita AY ad AS, si igitur AF cadit in concavam circumfe-
 ti. rentiam FK, sic argumentor, sed AE maior * est, quam AK, er-
 8. Tertiij. go & * AY maior erit quam AS. Et quoniam ponitur AI non ma-
 14. Quin- ior quam AK, ea minor erit quam AE, maior autem quam AS,
 ti. rectangulum enim EAS æquatur quadrato AI. Cum igitur AI ma-
 ior sit quam AS, erit & AK maior, & AE multo maior. Atque
 Lem. 8. adeo quatuor proportionalium AE AK AY AS minima erit AS,
 25. Quin- & per consequens * maxima AE, quare SE * maior erit quam YK.

11. vel Si vero AF in convexam FK circumferentiam cadit, argumen-
 Lem. 7. tabor in hunc modum, sed AE minor * est quam AK, ergo & AY
 8. Tertiij. minor erit quam AS. Et quoniam ponitur AI non minor quam
 AK, ea maior erit quam AE, vnde minor quam AS, rectangulum
 Lem. 5. enim EAS æquale * est quadrato AI. Cum igitur AI minor sit
 quam AS, erit minor, & AK, atque AE multo minor. Itaque
 Lem. 8. quatuor proportionalium AE AK AY AS maxima erit AS, mi-
 nima * vero AE, ergo SE maior erit quam YK. Idemque demon-
 strauimus & supra.

Lem. 5. Et quoniam est ut AG ad AC ita * EB ad BS, & ita * KT ad
 TY,



22 fig

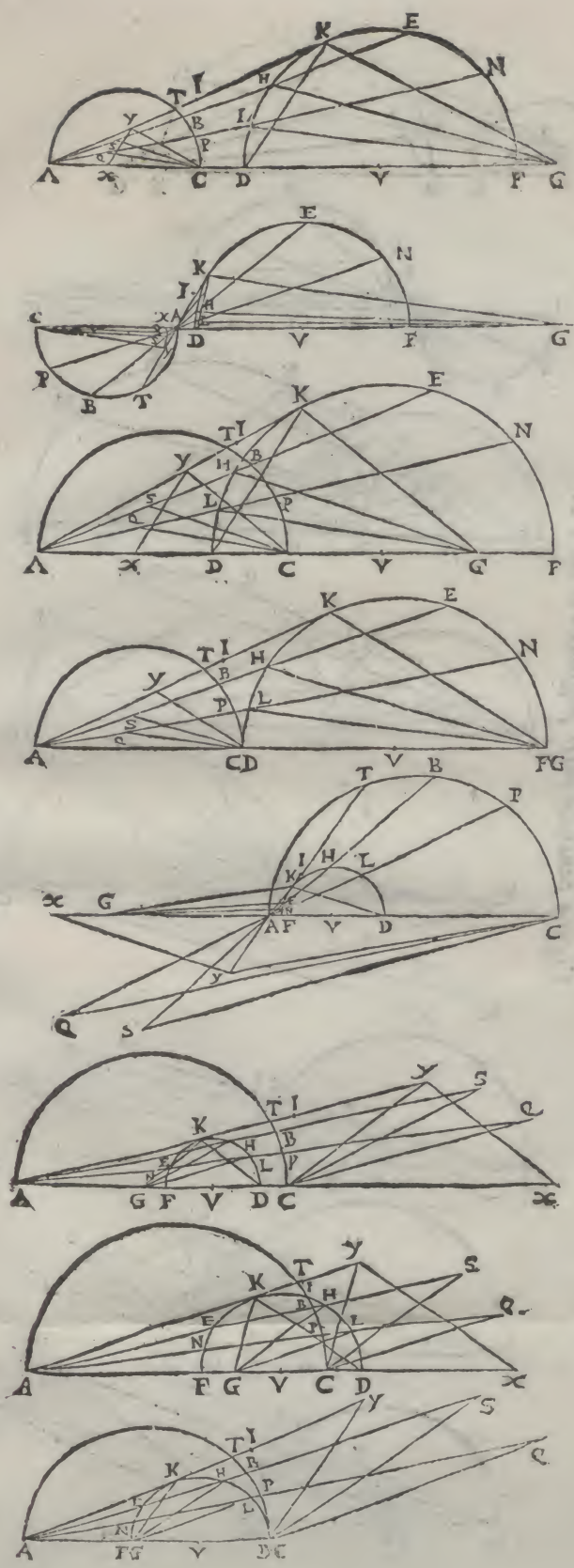


Figure ponende inter paginas 22. & 23.

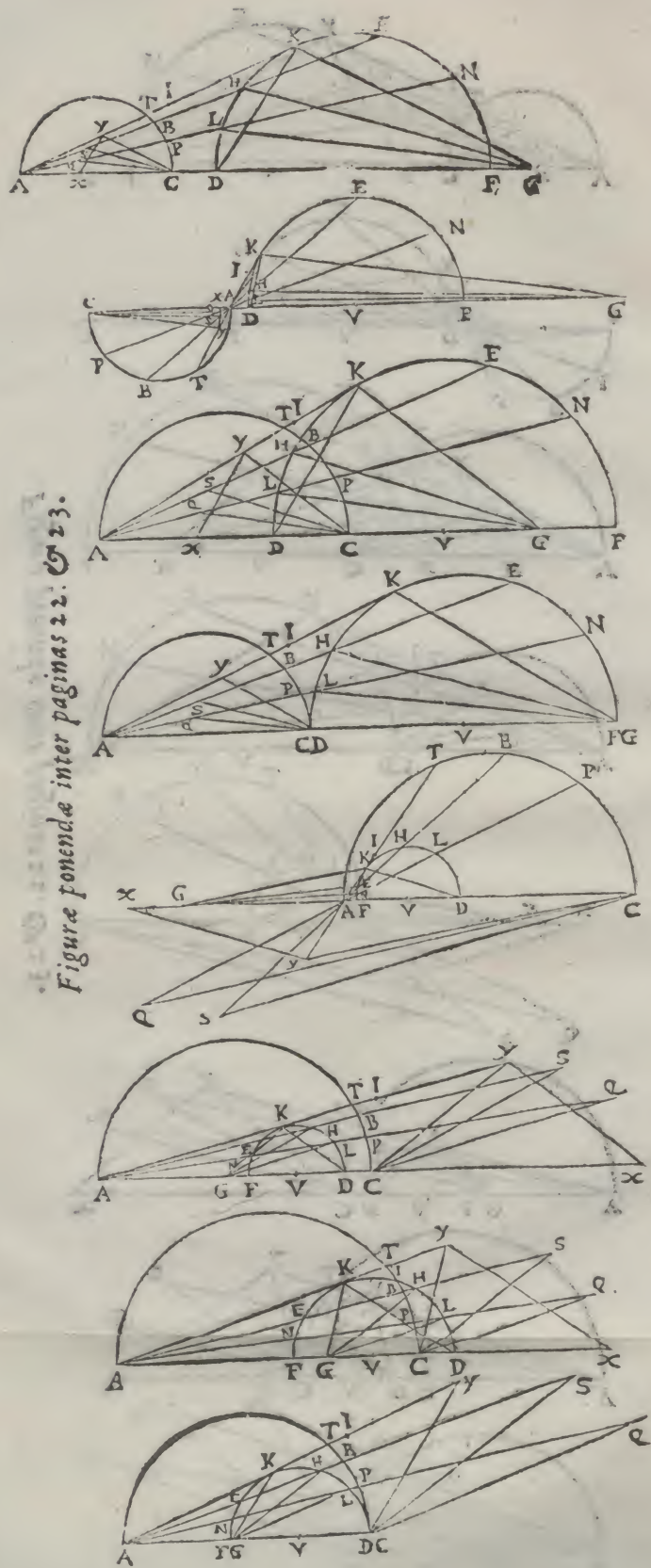


Figure ponenda inter paginas 22. & 23.

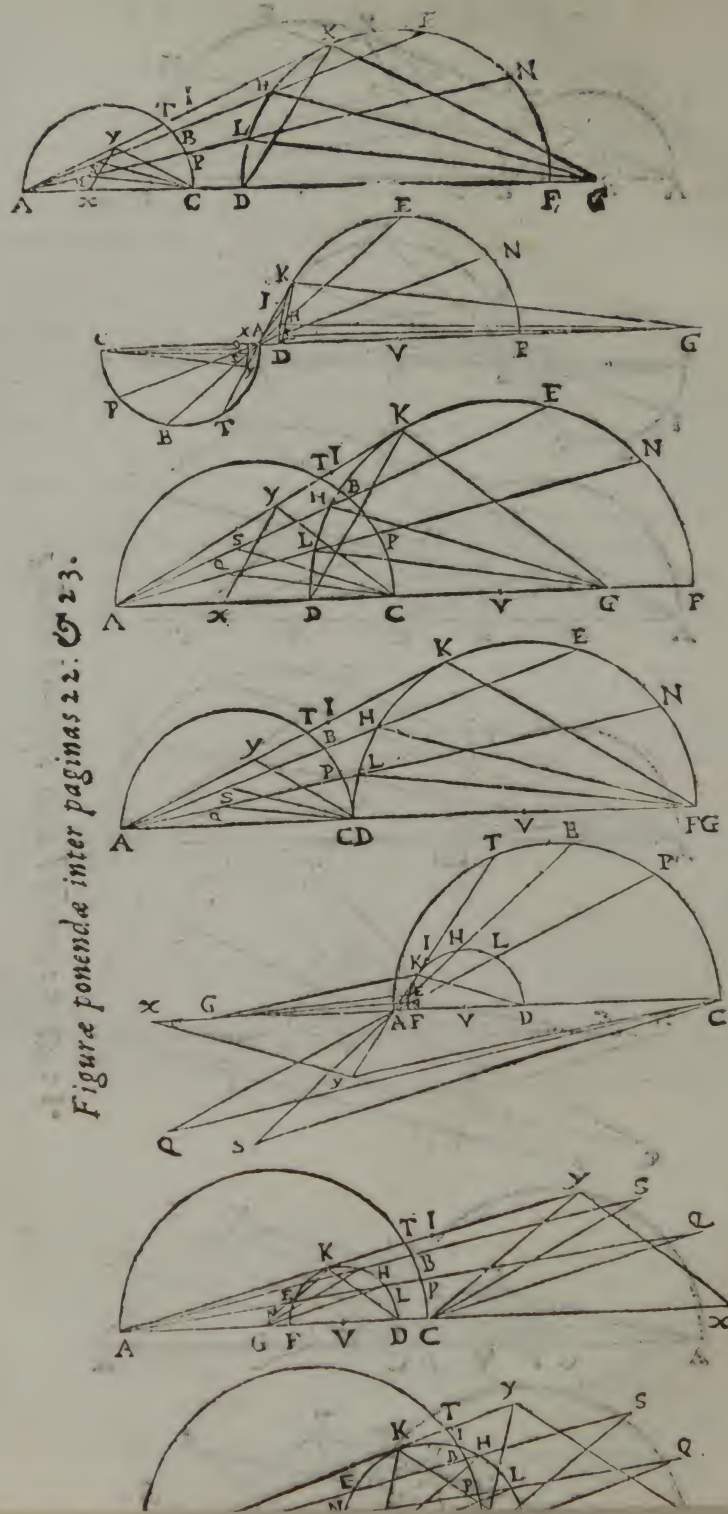


Figure ponenda inter paginas 22. & 23.

TY, erit EB ad BS vt KT ad TY, & existente B inter ES, erit conuertendo & componendo, existente vero E inter SB erit conuertendo & diuidendo, at existente S inter EB erit per conuersionem rationis & conuertendo vt SE ad EB ita YK ad KT, sed ostensa est SE maior quam YK, ergo & EB maior erit quam KT. atque eadem ratione demonstrabimus quancunque aliam maiorem esse quam KT. Minima est igitur KT.

Denique ducatur per A vtunque recta linea ANP secans circumferentias KF TC in punctis NP, circumferentiam vero KD in L, & sit NP ipsi FC maximæ propinquior quam EB, & constatur GL, cui parallela agatur CQ secans NA vel ei productæ occurrens in Q. Duo igitur rectangula NAQ EAS æqualia erunt quare vt AN ad AE, ita erit AS ad AQ. Cadente quidem AF in concavam circumferentiam FK hoc modo argumentor, sed AN maior * est quam AE, ergo * & AS maior erit quam AQ. & quoniam AI non est maior quam AK, sic enim ponitur, ea minor erit quam AN, & consequenter maior quam AQ, quia rectangulum NAQ æquatur * quadrato AI. Cum igitur AI maior sit quam AQ, erit AE multo maior, & multo maior AN. Sic igitur quatuor proportionalium AN AE AS AQ maxima erit AQ, minima * AN. vnde QN maior * erit quam SE.

Cadente vero AF in conuexam FK circumferentiam, sic argumentor, sed AN minor * est quam AE, ergo & AS * minor erit quam AQ. Et quoniam AI ponitur non minor quam AK, ea maior erit quam AN, vnde minor quam AQ, rectangulum enim NAQ æquale * est quadrato AI. Cum igitur AI minor sit quam AQ erit AE multo minor, & multo minor ipsa AN; vnde quatuor proportionalium AN AE AS AQ maxima erit AQ, * minima vero AN, atque adeo QN maior * erit quam SE, quod etiam demonstrauimus & supra.

Quoniam igitur in vtroque casu vt AG ad AC ita * est NP ad PQ & ita * EB ad BS, erit NP ad PQ vt EB ad BS, & existente P inter QN, erit conuertendo & componendo, existente vero N inter QP, erit conuertendo & diuidendo, at existente Q inter PN, erit per conuersionem rationis, & conuertendo vt QN ad NP ita SE ad EB, sed QN maior est, quam SE vt demonstrauimus, ergo & * NP quam EB maior erit, hoc est propinquior FC maximæ maior quam ea quæ est remotior. Maior igitur rectangulum KT FC maxima est omnium, quæ ad A pertingentes inter circumferentias KF TC interijciuntur, minor vero minima, atque propinquior maximæ maior remotiore, quod erat ostendendum.

Facilius & expeditius in semicirculis se inuicem secantibus aut tangentibus ac etiam in multis alijs propositum posset demonstrari,

Strari, sed eam demonstrationem breuitatis causa omittimus, quandoquidem illa superiori quæ est uniuersalis & ad omnes casus consentanea idem præstitimus.

Idem autem Lemma posset quoque ita enunciari.

Sint duo semicirculi $ABCDEF$ in directum bases habentes, & recta AK contingens semicirculum DEF in K , secet ipsum ABC in T , & ex centro circuli DEF quod sit V ponatur VG æqualis VC . Sit autem in semicirculis, quorum alter reliquum includit, ratio AD ad AF non minor ratione AG ad AC , in semicirculis vero ex opposito existentibus, non maior. Dico maiorem rectarum $KTFC$ maximam esse omnium quæ per A ducuntur inter circumferentias $KFTC$ interijciuntur, minorem vero minimam. Aliarum autem propinquiorem maximæ, remotiore maiorem esse.

Sed huiusmodi enunciatio parum commoda videtur, neque enim omnes casus amplecti potest, neque in hanc formulam sequens Lemma aut vigesimum possent bene concipi. Ideo priore utimur tanquam commodiore & clariore.

Lemma XVI.

Idem positis. Sit autem AI minor maiori rectarum AF AK , maior minore. Ergo à puncto A ad circumferentiam FK poterit duci recta AM ipsi AI æqualis. Ducatur igitur, & producat ad circumferentiam ABC in O . Dico maiorem rectarum $KTFC$ maximam esse omnium, quæ per A ducuntur & inter circumferentias $KFTC$ interijciuntur, minimam vero MO . Aliarum autem

tem

tem propinquiorem minimā, remotiore ex eadem parte minorem esse.

Ducatur enim

per A vtcunque

recta linea AEB

secans circumfe-

rentias EK TC

in punctis EB,

circumferentiam ve-

ro KD in H, &

conectantur GH

GK KD, quibus

parallelæ ducan-

tur CS CY YX

secantes EA KA

F A continuatas

in punctis SY X,

& sit primum KT

maior quam FC.

Quoniam igitur

vt AG ad AC ita

* est FC ad CX,

& ita * KT ad

TY, erit KT ad

TY vt FC ad

CX, & existente

pūcto K inter YT,

erit conuertendo

& diuidēdo & rur-

sus conuertendo,

existēte vero T in

ter YK, erit con-

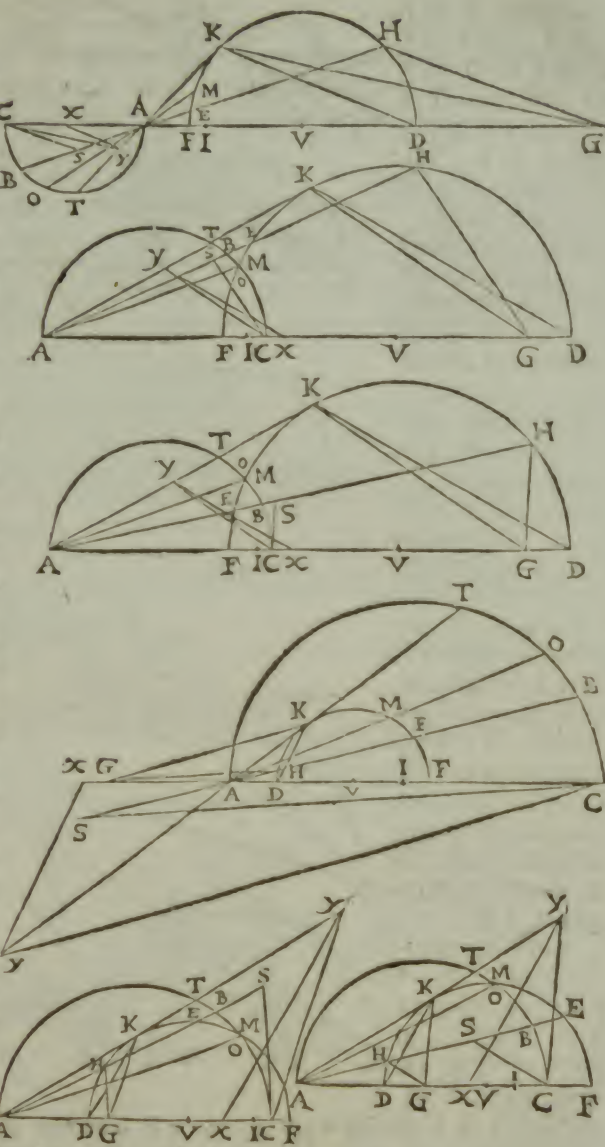
uertendo & com-

ponēdo & rursus

conuertendo, at

existente Y inter

KT, erit per con-



KT ponitur ma-

ior quam FC: Ergo * & YK quam XF maior erit.

D

Et

14. Quin.
n.

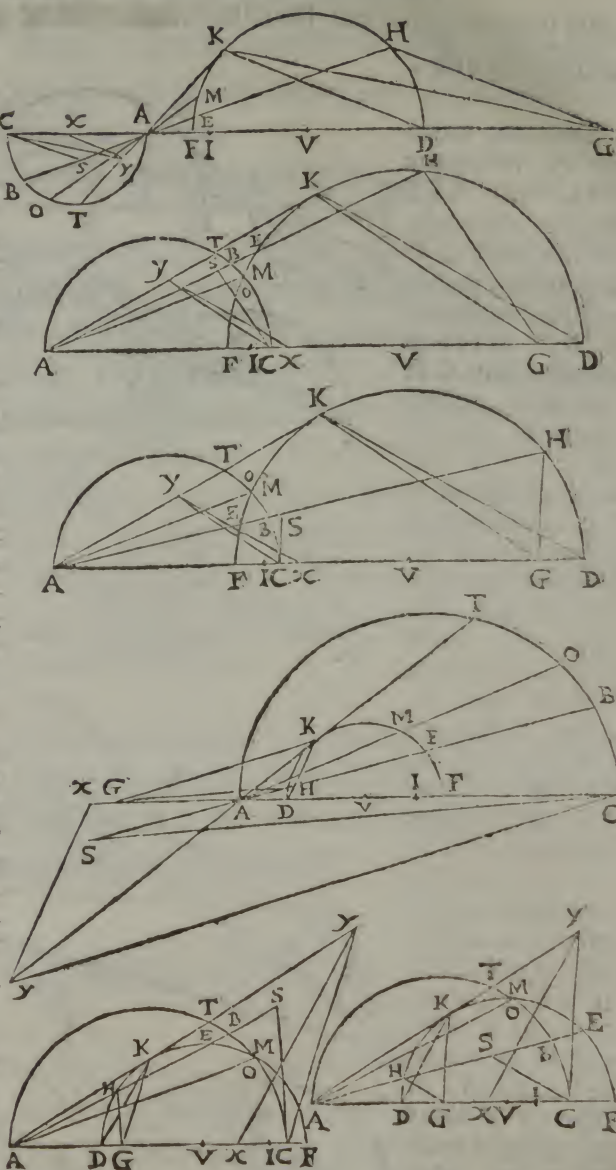
Corol.
Lem. 5.
16. Sexti.

Et quoniam æqualia * sunt re-
ctangula YAK
FAX, erit * AY
ad AF sicut AX
ad AK, sed YK
ostensa est maior
quam XF, hoc
est composita ex
extremis maior
quam composita
ex medijs, vel dif-
ferentia extrema-
rum maior quam
differentia media-
rum, ergo altera
extremarum AY
AK maxima * erit
altera minima. In
semicirculis qui-
dem, in quibus
AF in conuexam
circumferentiam
FK cadit, sic ar-
gumētor. Sed AK
non est minima,
quia maior * est
quàm AF, ergo
maxima erit; Vn-
de AY * minima
Itaque AY mi-
noreritquàm AF
& multo minor,
quàm AE.

Corol.
Lem. 5.
16. Sexti.

Similiter quo-
niam æqualia *
sunt rectangula
YAK EAS, e-
rit * vt AK ad A
AE ita AS ad

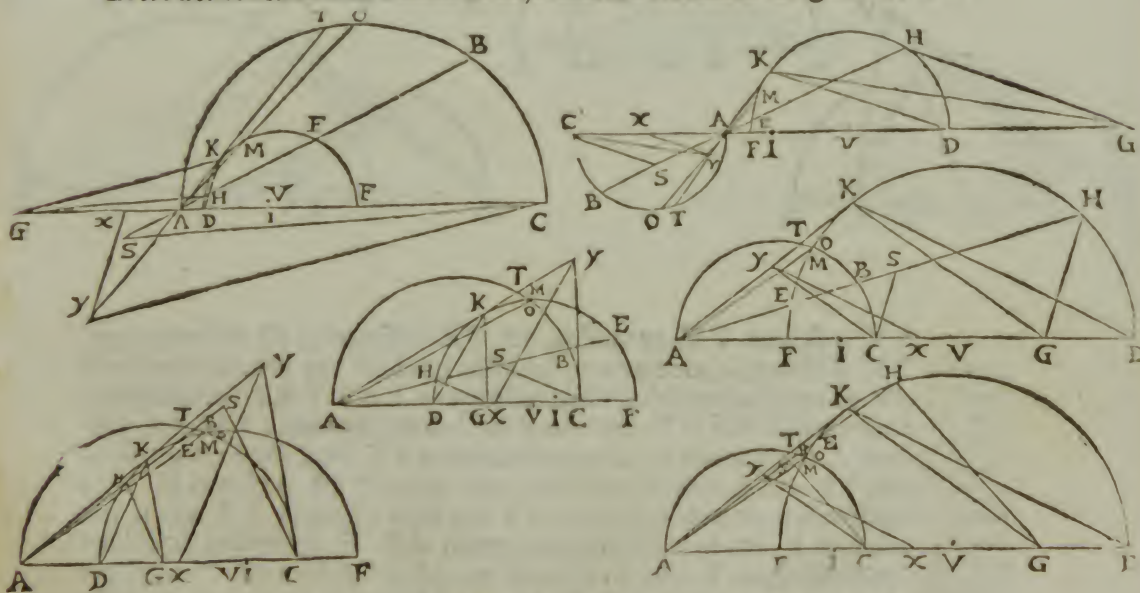
AY, sed AK maior * est quàm AE, ergo * & AS maior erit quàm
AY. Cum igitur AY minor sit quàm AS, & minor quàm AE vt
demonstrauimus, ac etiā minor quā AK, erit ipsa AY minima qua-
tuor proportionaliū AK AE AS AY, ergo maxima * AK. Atque
adeo



adeò YK cōposita ex maxima & minima, vel earundē differentia, * ^{25. Qu}
maior erit quā SF cōposita ex reliquis, vel reliquarū differentia. ^{ii.}

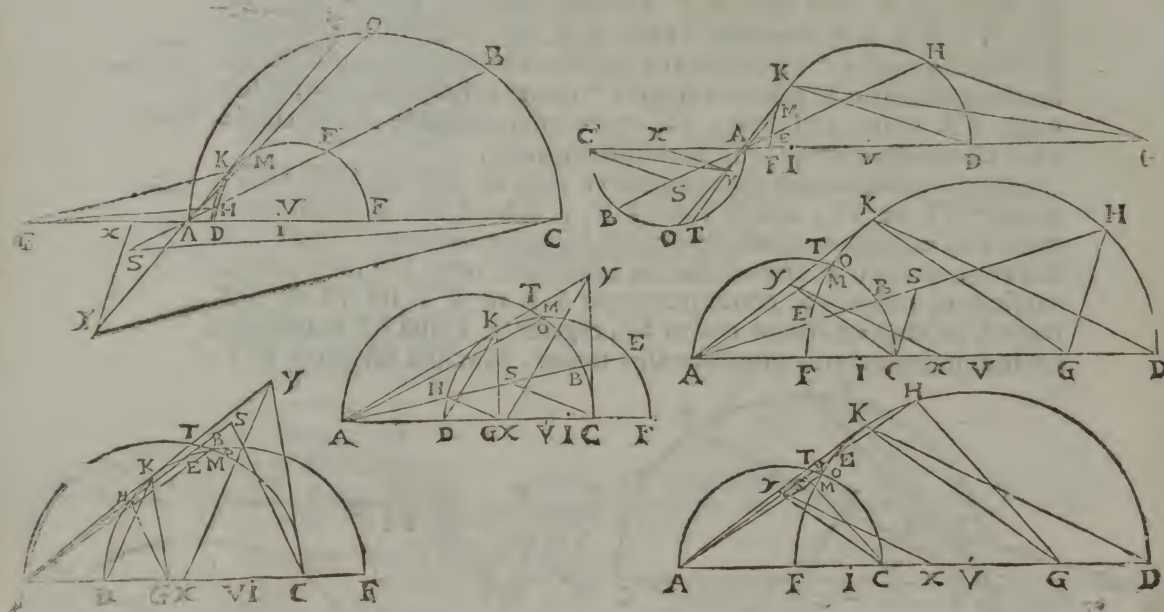
In semicirculis vero, in quibus AF cadit in concavam circumfe-
rentiam FK in hunc modum argumentor. Sed AK non est maxi-
ma, quia minor * est quā AF, Ergo minima erit, & consequen- ^{8. Tertiū.}
ter * AY maxima, vnde AY maior erit quā AF, & multo ma- ^{Lem. 8.}
ior quā AE. Et quoniam æqualia sunt rectangula YAK EAS, ^{Corol.}
erit * vt AK ad AE ita AS ad AY, sed AK minor * est quam ^{Lem. 5.}
AE, ergo & AS minor erit quam AY. Cum itaque AY maior sit ^{16. Sect.}
quā AS, & maior quam AE, vt est demonstratum, ac etiam ma- ^{8. Tertiū}
ior quā AK, erit ipsa AY maxima quatuor proportionalium
AK AE AS AY, minima * vero AK, sed composita ex maxima
& minima maior * est quam composita ex reliquis, Similiter & dif- ^{Lem. 8.}
ferentia maxima & minima maior * quam differentia reliquarum, ^{25. Qu}
ergo YK maior erit quam SE, quod etiam cadente AF in conue- ^{ii.}
xam circumferentiam FK demonstrauius. ^{Lem. 7.}

Ergo in vtroque casu quoniam est vt AG ad AC ita * EB ad BS, ^{Lem. 5.}
& ita * KT ad TY, erit KT ad TY vt EB ad BS, & existente K
inter YT, erit conuertendo & diuidendo, existente vero T inter YK,
erit conuertendo & cōponendo, at existēte Y inter KT, erit per con-
uersionem rationis & conuertendo, vt YK ad KT ita SE ad EB,
sed YK ostensa est maior quā SE, ergo & KT quā EB maior erit.
Et sic demonstrabitur omnibus alijs maior. Maxima est igitur KT. I



Sed sit FC maior quam KT. Quoniam igitur vt AG ad AC
D 2 ita

lem. 5. ita * est FC ad XC, & ita * KT ad TY, erit FC ad CX vt KT ad TY, & existente K inter YT, erit conuertendo & diuidendo ac rursus conuertendo, existente vero T inter YK, erit conuertendo & cōponendo & iterum conuertendo, at existente Y inter KT, erit per conuersionem rationis, vt FC ad FX ita KT ad KY, sed FC ponitur maior quā KT, ergo & FX maior erit quā YK, sed FX cōposita est ex extremis quatuor proportionalium AF, AY AK



A X, ipsa vero YK ex medijs, vel FX differentia est extremarum, *16. Sexti.* YK differentia mediarum, (constat quidem eas proportionales * *Corol.* esse, ex eo quod aequalia * sunt rectangula FAXYAK) altera igitur *lem. 5.* extremarum AF AX erit * maxima, altera minima. Cadente quidem *lem. 9.* AF in conuexam circumferentiam FK hoc modo argumen- *vel Le. 10* tor. * Sed AF non est maxima, quia minor * est quā AK, ergo *8. Tertij.* minima erit, & consequenter AX maxima. Itaque AX maior erit *Corol.* quā AK, & ideo multo maior quā AE. Et quoniam aequalia * *lem. 5.* sunt rectangula FAXEAS, erit vt AF ad AE minor * videlicet *8. Tertij.* ad maiorem ita AS ad AX, ergo & * AS minor erit quā AX, *14. Quin-
si.* seu

feu quod idem est AX maior quam AS , sed AX ostensa est quoque maior quam AE , & tanto manifestius maior est quam AF . Ergo quatuor proportionalium AF AE AS AX maxima erit AX , & per consequens * minima AF , unde XF maior * erit quam SE .

Lem. 8.

25. Quin

ti.

¶ Le. 7.

8. Terrij.

Lem. 8.

Corol.

Lem. 5.

16. Sexzi

8. Terrij.

Cadente vero AF in concavam circumferentiam FK , sic argumentor. Sed AF non est minima, quia maior * est quam AK , ergo maxima erit, unde * AX minima, sic igitur AX minor erit quam AK , & consequenter multo minor quam AE . Et quoniam propter * aequalitatem rectangulorum FAX EAS * est ut AF ad AE , maior * videlicet ad minorem, ita AS ad AX , ergo & AS maior erit quam AX , hoc est AX minor quam AS , sed AX ostensa est minor quam AE , & consequenter minor etiam quam AF . Ergo quatuor proportionalium AF AE AS AX minima erit AX ; quare AF * maxima, unde XF maior * erit quam SE , quod etiam demonstrauius, & supra.

Lem. 8.

25. Quin

ti.

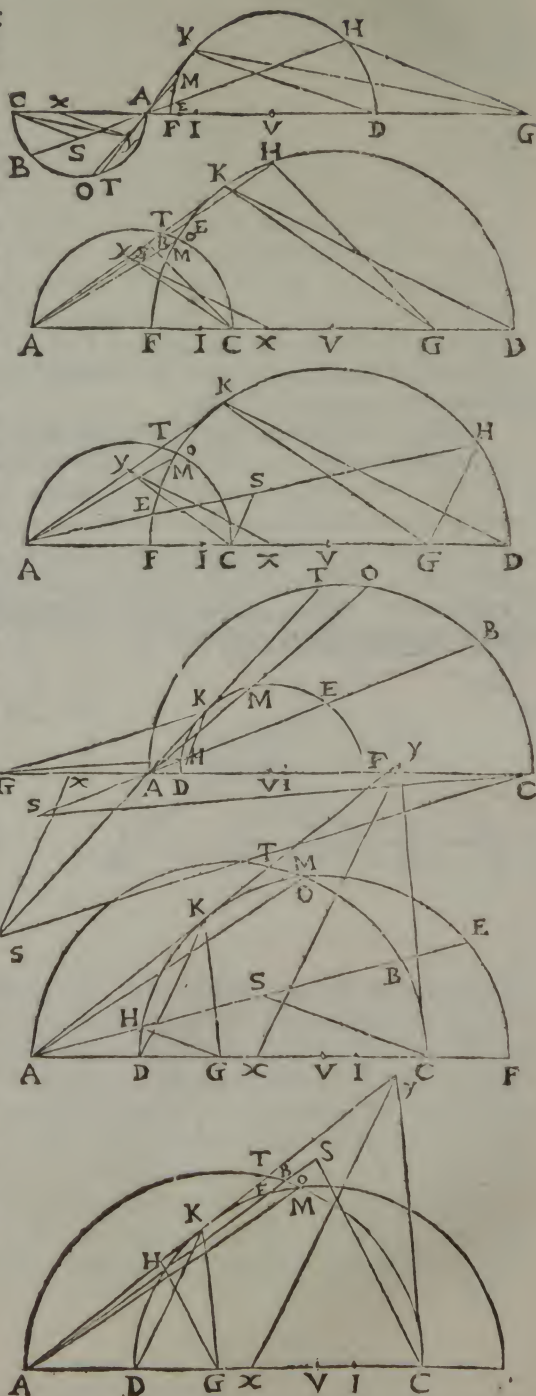
¶ Le. 7.

Lem. 5.

Ergo in utroque casu quoniam est ut AG ad A Cita * FC ad CX & ita * EB ad BS , erit FC ad CX ut EB ad BS , & existente E inter S B , erit conuertendo & diuidendo, existente vero B inter SE , erit conuertendo & componendo, at existente S inter EB , erit per conuersionem rationis & conuertendo, ut XF ad FC ita SE ad EB , sed ostensa est XF maior quam SE , ergo & FC quam EB maior erit. Atque eadem ratione demonstrabitur maior omnibus alijs. Quare maxima est FC .

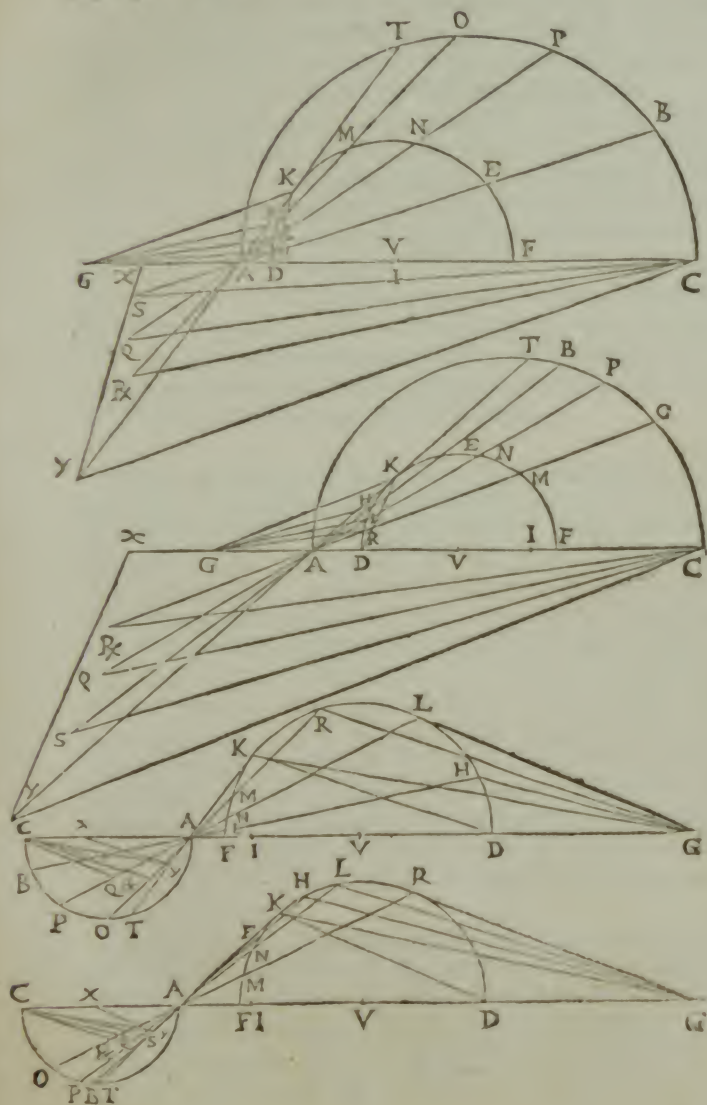
Sed

Sed sint æquales $K T$
 FC . Quoniam igitur ut
Lem. 5. AG ad AC ita * est
 FC ad CX , & ita * KT
ad TY , erit FC ad CX
sicut KT ad TY , sed
 FC ponitur æqualis KT ,
ergo & CX æqualis erit
 TY , quare per subdu-
ctionem vel additionem
æqualium æqualibus e-
runt æquales & $XFYK$,
sed XF composita est ex
extremis quatuor pro-
portionalium $FAAY$
 $AKAX$, ipsa vero YK
ex medijs, vel XF diffe-
rentia est extremarum,
 YK differentia media-
rum, (Constat quidem
16. Sexti. eas * proportionales esse,
ex eo quod rectangula
Corol. $FAXYAK$ æqualia *
Lem. 5. sint) ergo $FAAX$ ip-
Lem. 11. sis $YAAK$ æquales * e-
runt, maior videlicet mai-
ori, minor minori. Ita-
que FA æqualis erit al-
teri ipsarum $YAAK$,
sed non est æqualis ipsi
 AK , hæc enim tangit cir-
culum DEF , illa vero
secat. Ergo ipsa FA æ-
qualis erit ipsi AY .
Et quoniam æqualia
* sunt rectangula YAK
Corol. EAS , erit * AY ad AE
Lem. 5. ut AS ad AK . Cadente
16. Sexti. autem A in convexam
circumferentiam FK sic
argumentor. Sed AY ,
cum sit ostensa æqualis
8. Terti. ipsi AF , minor * est quã
 AE , ergo & AS minor
erit



21

Ponatur hoc folium sub linea 21. pagine 31. Ne su-
perio rem partem ipsius pagine operiat, & figure re-
spiciant ipsam paginam, & casui incipienti iam
verò seruiant.



erit quàm AK, est autem & AE minor quàm AK, & AY multo minor. Quatuor igitur proportionalium AY AE AS AK maxima erit AK, & consequenter minima AY, unde YK maior* erit quam SE. *Lem. 8. 25. Quin si &*

Cadente vero AF in concavum circumferentiam FK, argumentor hoc modo. Sed AY cum sit æqualis ipsi AF maior* est quam AE, ergo & AS maior erit quam AK, & AY multo maior. Itaque quatuor proportionalium AY AE AS AK minima erit AK, & per consequens maxima AY, unde YK maior* erit quam SE, quod etiam demonstratum est & superiori casu. *Lem. 7. 8. Tercij. 14. Quin si &*

Quoniam igitur in utroque casu ut AG ad AC ita* est EB ad BS, & ita KT ad TY, erit KT ad TY ut EB ad BS, & existente K inter YT, erit conuertendo & diuidendo, existente vero T inter YK, erit conuertendo & componendo, at existente Y inter KT, erit per conuersionem rationis & conuertendo, ut YK ad KT ita SE ad EB, sed ostensa est YK maior quam SE, ergo & KT maior erit quam EB. Eademque ratione demonstrabitur maior omnibus alijs. Quare & FC, cum sit æqualis ipsi KT, erit omnibus maior. Itaque utraque maxima erit. Maior igitur rectarum KT FC maxima est omnium ductarum per A, quæ inter circumferentias KF TC interijciuntur, quod esto primum. *Lem. 8. 25. Quin si & Lem. 7. Lem. 5.*

Iam vero ad demonstrandam minimam producat ubi opus exigit AM, ut circumferentiam KD secet in R, & iungatur GR, cui parallela agatur C & secans MA continuatam in R. Rectangulum igitur MA & æquale erit quadrato AI, hoc est quadrato AM, sunt enim æquales AI AM, quare AM æqualis erit ipsi A &. Et quoniam rectangulum FAX æquale* est quadrato AI, hoc est quadrato AM, proportionales erunt AF AM AX, sunt autem & inæquales, recta enim AF vel ea producta transit per centrum circuli DEF, secus vero AM, ergo XF composita ex extremis maior erit quam dupla media, hoc est quam M &. Et quoniam est ut AG ad AC ita* FC ad CX, & ita MO ad O &, erit FC ad CX ut MO ad O &, & existente X inter FC, erit per conuersionem rationis & conuertendo, existente vero F inter CX, erit conuertendo & diuidendo ut FX ad FC ita M & ad MO, sed maior est FX quam M &, sic demonstrauius, ergo & FC quam MO maior erit. *Lem. 5. 17. ex. i.*

Pari ratione, Quoniam rectangulum YAK æquatur* quadrato AI hoc est quadrato AM, proportionales* erunt AK AM AY, sed sunt inæquales, AK enim tangit circulum DEF, AM vero secat, ergo YK composita ex extremis maior erit quam M &, media vel eliceit dupla. Et quoniam ut AG ad AC ita* est KT ad TY, & ita MO ad O &, erit ut KT ad TY ita MO ad O &, & exi- *Lem. 5. item*

flente Y inter K T, erit per conuersionem rationis & conuertendo, existente vero K inter Y T, erit conuertendo & diuidendo, vt Y K ad K T ita M R ad M O, sed Y K ostensa est maior quam M R, ergo & K T maior erit quam M O.

Lem. 5.

17. Sexii. Aequè quoniam rectangulum E A S æquale* est quadrato A I, hoc est quadrato A M, proportionales* erunt A E A M A S, sed & inæquales, ergo E S composita ex extremis maior erit quam dupla media, hoc est quam M R. Et quoniam est vt A G ad A C ita* E B ad B S, & ita* M O ad O R, erit E B ad B S vt M O ad O R, & existente S inter E B, erit per conuersionem rationis & conuertendo, existente vero E inter B S, erit conuertendo & diuidendo, vt S E ad E B ita M R ad M O, sed S E maior est quam M R vt demonstrauimus, ergo & E B quam M O maior erit. Atque eadem ratione demonstrabimus omnes alias maiores esse ipsa M O. Minima est igitur M O omnium quæ ad A pertinentes inter circumferentias K F T C interijciuntur, quod esto secundum.

Et si in semicirculis se inuicem secantibus non datur minima, ea enim quæ propinquior est puncto sectiones remotiore ex eadem parte semper minor est, sed vt omnibus figuris vna eademque demonstratio conueniat, in semicirculis se se secantibus punctum sectionis vocetur minima.

Ducatur ergo per A quæuis recta linea A N P secans circumferentias K F T C in punctis N P ita vt N P minimæ M O sit propinquior quam E B, eaque secet circumferentiam K D in L, sitque N P E B ex eadem parte minimæ, & iungatur G L, cui parallela ducatur C Q secans N A, vel ei productæ occurrens in Q. Aequalia igitur* erunt rectangula E A S N A Q, quare vt A E ad A N ita erit A Q ad A S, si igitur A E maior sit quam A N, sunt* enim inæquales, erit & A Q maior quam A S, sed A Q minor est quam A N rectangulum enim N A Q æquatur* quadrato A I, hoc est quadrato A M, & est A N* maior quam A M, ergo ipsa A N maior erit quam vtrique ipsarum A Q A S, & per consequens A E multo maior. Sic igitur quatuor proportionalium A E A N A Q A S maxima erit A E, minima* vero A S, vnde S E maior erit quam Q N, composita enim ex maxima, & minima maior* est quam composita ex reliquis, similiter & differentia maximæ & minimæ* maior quam differentia reliquarum.

Corol.

Lem. 5.

8. Terij.

Lem. 5.

8. Terij.

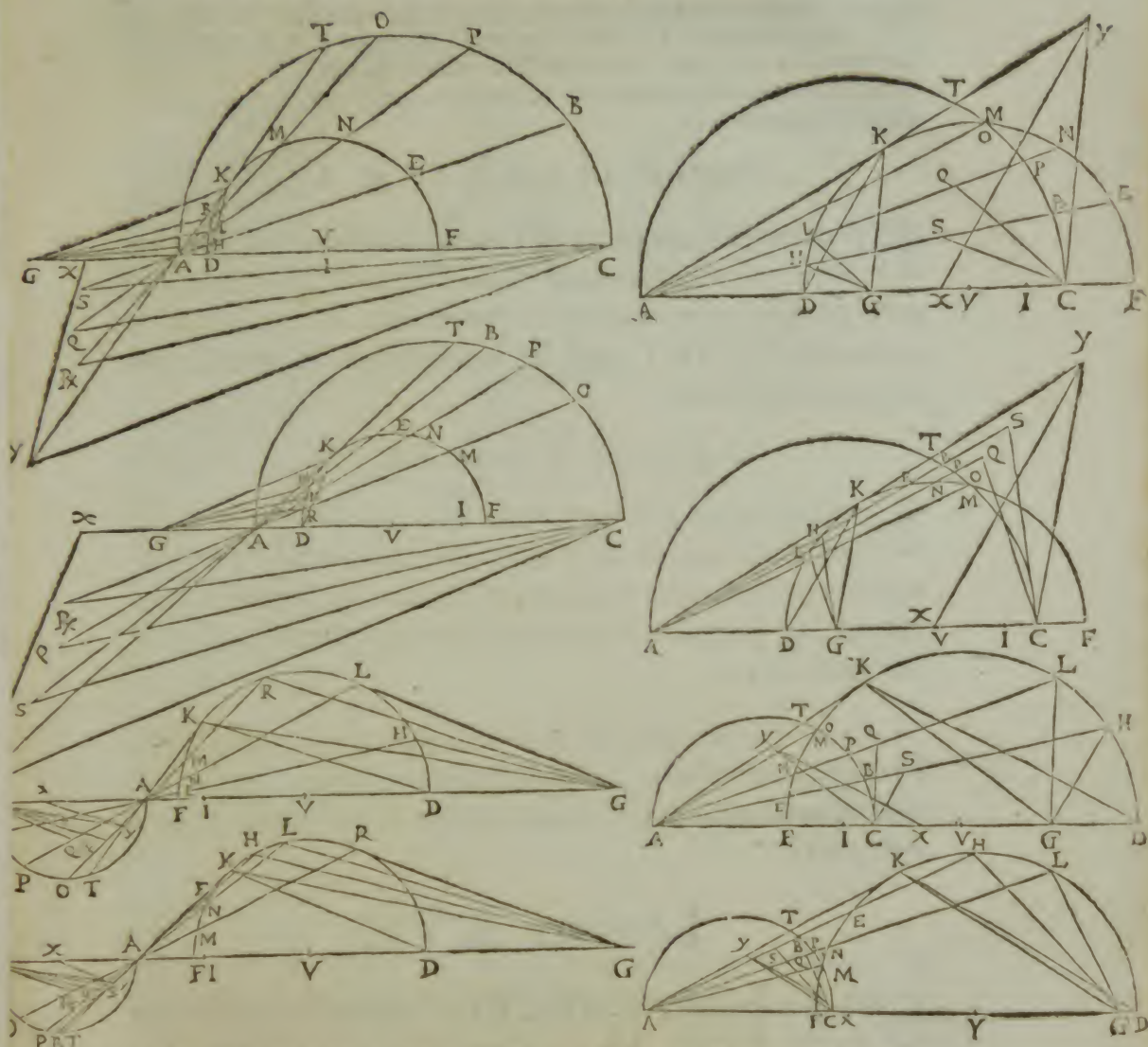
Lem. 8.

25. Quinti.

vel Le 7.

8. Terij.

Idem demonstrabimus si A E minor sit quam A N, nam cum sint proportionales A E A N A Q A S, & A E minor quam A N, erit & A Q minor quam A S, sed A Q maior est quam A N, quia rectangulum N A Q æquale* est quadrato A I, hoc est quadrato A M, & A N minor* quam A M. Ergo A N minor erit vtrique ipsarum A Q A S, & consequenter A E multo minor. Itaque quatuor proportionalium A E A N A Q A S minima erit A E, vnde maxima A S, &



A S. & ideo SE maior erit quam QN, quod demonstrauius & supra.

Quoniam igitur in vtroque casu est vt AG ad AC ita *E B ad BS, *Lem. 5.*
 & ita *NP ad PQ, erit EB ad BS vt NP ad PQ, & existente E inter SB, erit conuertendo & diuidendo, existente vero B inter SE, erit conuertendo & componendo, at existente S inter EB, erit per
 E con-

conuersionem rationis & conuertendo, vt SE ad EB ita QN ad NP, sed ostensa est SE maior quam QN, ergo & EB quam NP maior erit, seu quod idem est NP minor quam EB. Sic igitur propinquior minimè minor est remotiore, quod postremo loco erat demonstrandum.

COROLLARIUM I.

EX demonstratis patet KT maximam esse omnium, quæ inter circumferentias KM TO interijciuntur, etenim propinquior minimæ, remotiore ex eadem parte minor est, ergo KT cum sit remotissima omnium, omnium maxima erit.

COROLLARIUM II.

Similiter patet FC maximam esse omnium, quæ inter circumferentias MF OC interijciuntur, propinquior enim minimæ remotiore ex eadem parte minor est, itaque FC quippe quæ remotissima est omnium, omnium maxima erit.

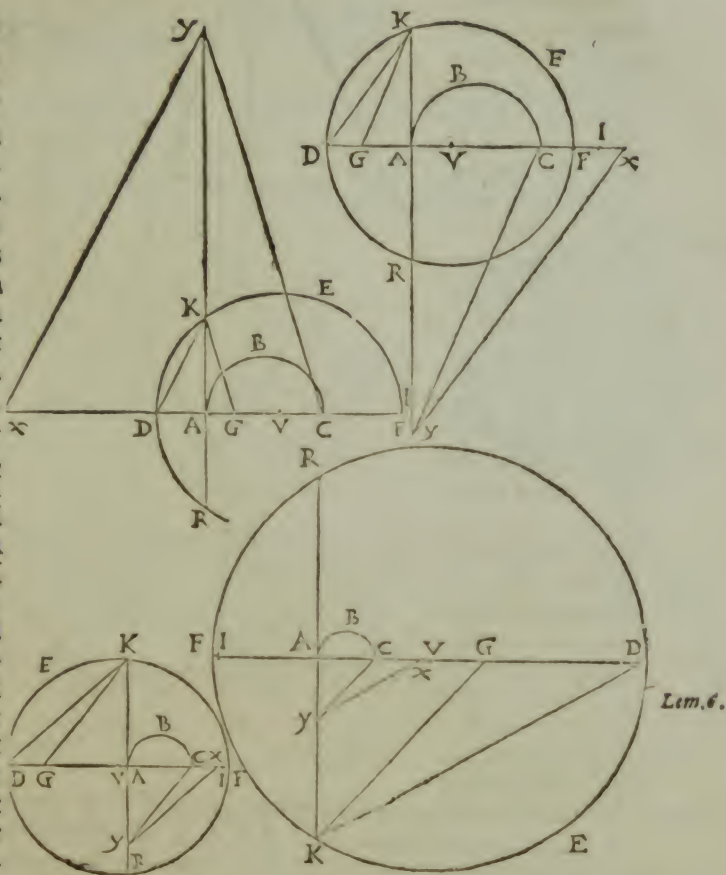
Et hoc Lemma facilius in semicirculis se inuicem secantibus posset demonstrari, sed quoniam una eademque vniuersali demonstratione illud perfecimus, particularem breuitatis causa omittimus.

Lemma XVII.

Sint duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes, & recta AK perpendicularis ipsi DF secet semicirculum DEF in K, & ex centro circuli DEF, quod sit V ponatur VG æqualis VC, & fiat * vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AI. Sit autem AF maior quam AK, & AI non minor quam AF. Vel sit AF mi-

'AF minor quam AK, & AI non maior quam AF. Dico
AK maiorem esse quam FC.

Iungantur enim GK KD, quibus parallela agantur CY YX secantes AK FA continuatas in punctis YX, & compleatur circulus DEF R, quem KA producta secet in R, & sit primum AF maior quam AK, & AI non minor quam AF, ergoneque AX minor erit quam AF, alioquin rectangulum FAX minus esset quadrato AI, quod est falsum, est enim æquale. Cum igitur AF maior sit quam AK, & AX non minor quam AF, erit ipsa AX maior quam AK. Similiter quoniā



E 2 est

est quam reli-
quarum diffe-
rentia.

Idem demon-
strabimus si AF
minor sit quam
AK, & AI non
maior quā AF.
Nam cum AI
non sit maior
quam AF, ne-
que AX maior
erit quam ipsa
AF, alioquin
rectangulum
FA X maius es-
set quadrato AI
quod fieri non
potest, est * e-
nim æquale, sed
ponitur AF mi-
nor quam AK,
ergo & ipsa AX
minor erit. Et
quia AI po-
nitur nō maior
quam AF &
AF minor quā
AK, erit & AI
minor quā AK
& cōsequenter

Lem. 6.

AY multo minor, rectangulum enim YAK æquale* est quadrato
AI. Cū igitur singulæ AY AF AX ostensæ sint minores quā AK,

Lem. 8.

16. Sexii.

Corol.

Lem. 6.

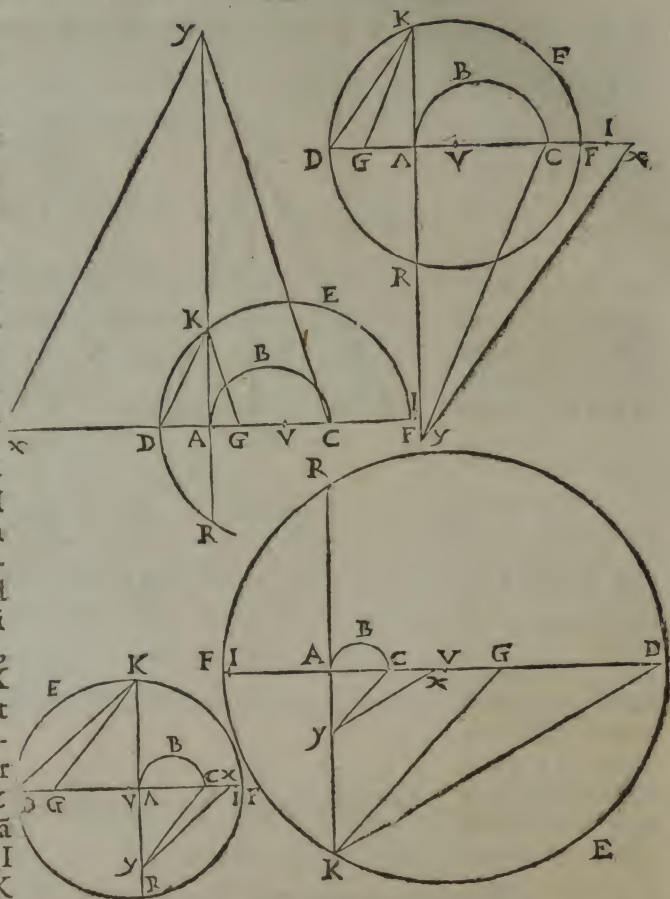
25. Quin-

ti.

Lem. 7.

* AK AF AX AY propter æqualitatem* rectangulorum YAK
FA X, sed composita ex maxima, & minima maior* est quam
composita ex reliquis, vel maximæ & minimæ differentia maior*
quam differentia inter reliquas, ergo YR maior erit quam XF, quod
etiam demonstrauius & supra.

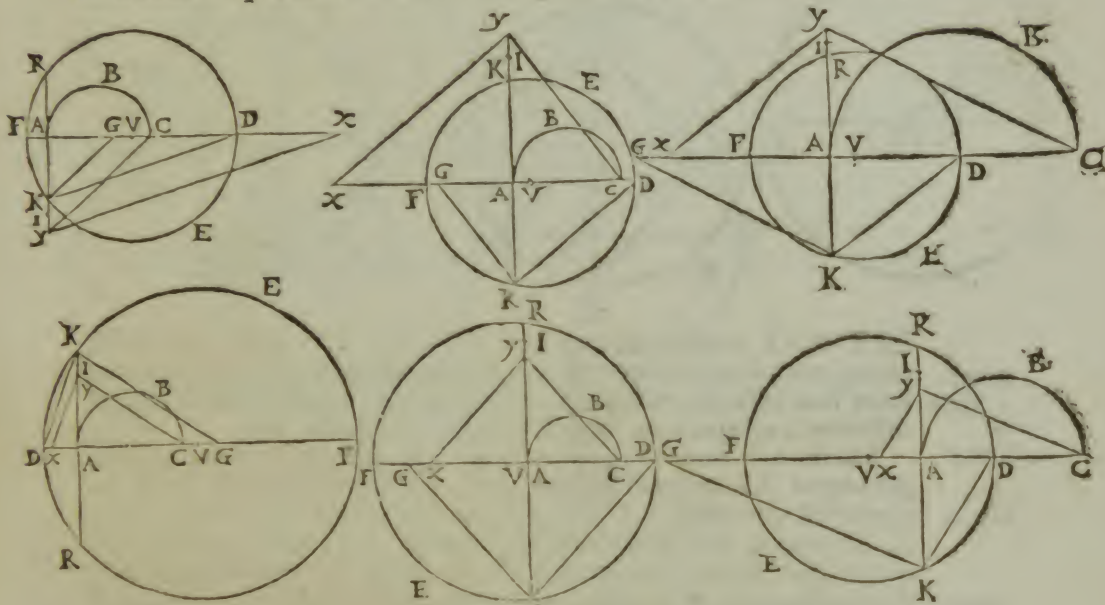
In utroque igitur casu, quoniam est ut AG ad AC ita AK ad
AY, & ita FC ad CX, erit AK, hoc est AR ad AY, ut FC ad
CX, & existente puncto A inter puncta YR, erit conuertendo & com-
ponendo, existente vero R inter AY, erit conuertendo & diuiden-
do, at existente Y inter AR, erit per conuersionem rationis & con-
uertendo,



uertendo, vt YR ad AR ita XF ad FC , sed ostensa est YR maior quam XF , ergo & AR , hoc est AK maior erit quam FC , quod erat demonstrandum.

Lemma XVIII.

Iisdem positis. Sit autem AK maior quam AF , & AI non minor quam AK . Vel sit AK minor quam AF , & AI non maior quam AK . Dico FC quam AK maiorem esse.



Conectantur enim vt prius GK KD , eisque parallelæ ducantur CY YX , quas secant AK FA etiam continuatæ in punctis YX , & compleatur circulus $DEFR$, quem KA producta secet in R . Et sit primum AK maior quam AF , & AI non minor quam AK . Ergo neque AY minor erit quam AK , rectangulum enim YAK æquale * est quadrato AI . sed AK ponitur maior quam AF , Ergo & AY maior erit quam AF . Et quoniam AI ponitur non minor quam AK , ea maior erit quam AF , & AX multo maior, rectangulum enim FAX æquale * est quadrato AI .

LEM. 6.

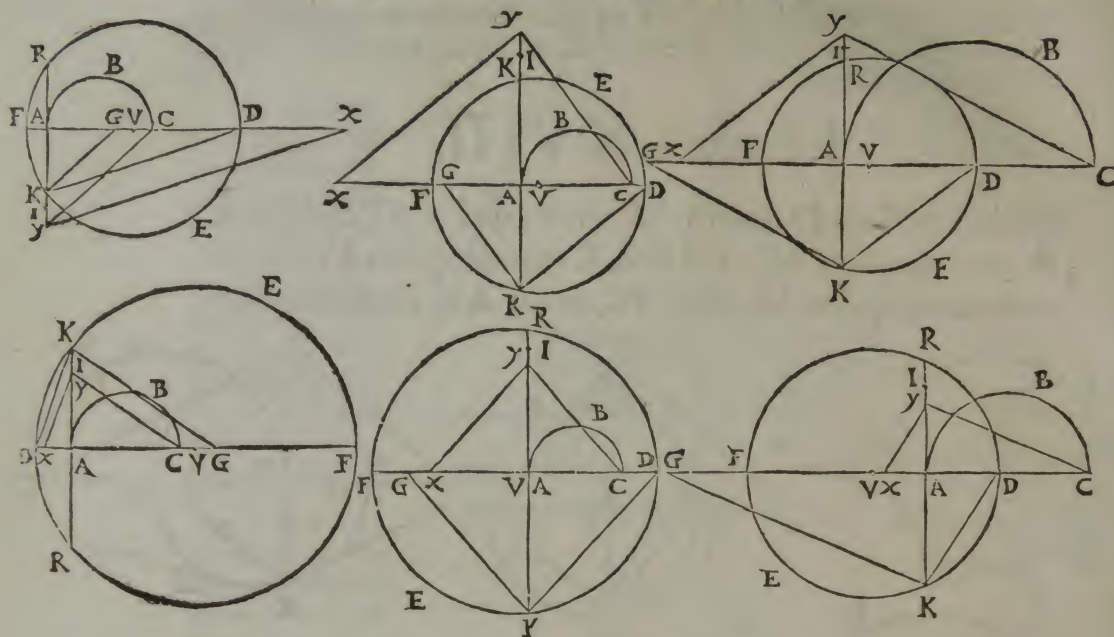
Cum itaque vnaquæque ipsarum AX AK AY maior sit quam AF , erit ipsa AF minima. Sed propter æqualitatem * rectangulorū FAX

LEM. 6.

COROL.

LEM. 6.

FAX



FAX YAK proportionales sunt AF AK AY AX, Ergo AX, altera nempè extremarum, maxima*erit, sed maxima, & minima maiores* sunt reliquis, vel differentia maximæ, & minimæ maior est quâ differentia reliquarum, Ergo XF maior erit quàm YR.

Lem. 8.

25. Quin-

ti.

Lem. 7.

Lem. 6.

Lem. 6.

Lem. 8.

Corol.

Lem. 6.

25. Quin-

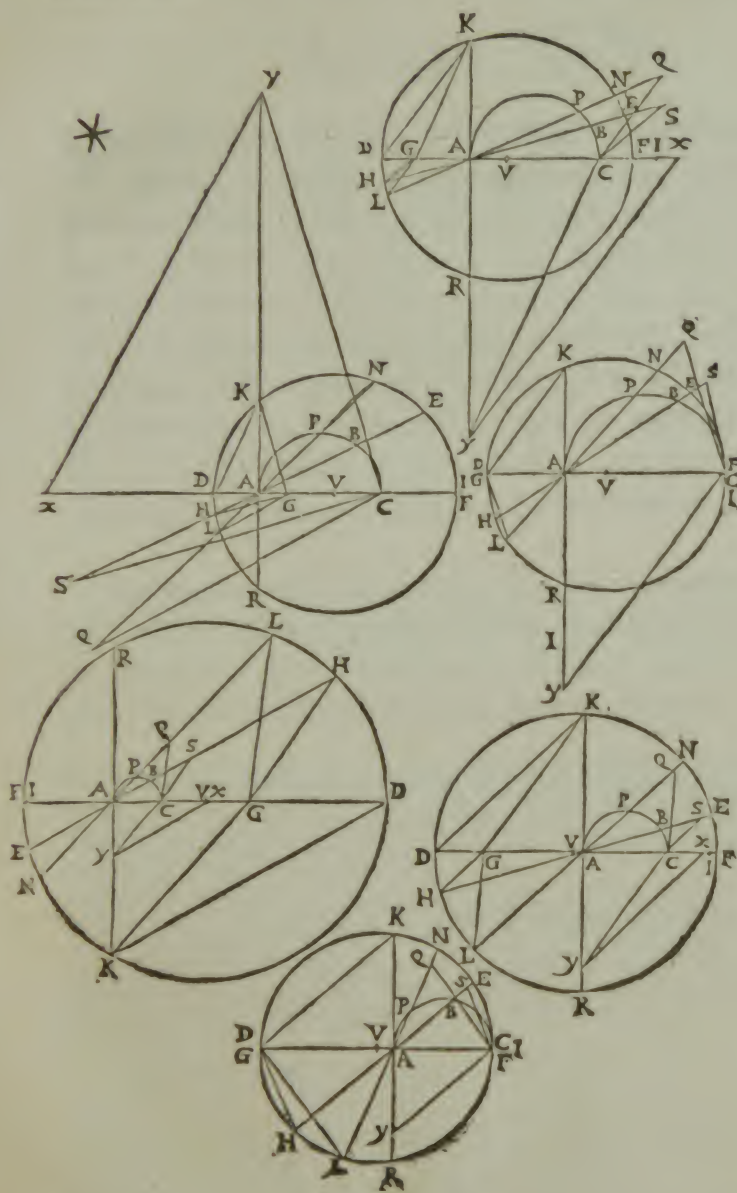
ti.

Lem. 7.

Lem. 6.

In vtroque igitur casu. Quoniam est vt AG ad AC ita*FC ad CX, & ita*AK ad AY, erit vt FC ad CX ita AK hoc est AR ad AY, & existente F inter XC, erit conuertendo & diuidendo, existente vero C inter FX, erit conuertendo & componendo, at existente X inter FC, erit per conuersionem rationis & conuertendo, vt

Ponatur hoc folium sub linea secunda pagine 39. &
 figura respiciant ipsam paginam vt seruiant Lem-
 mati xix.



in the year 1450
and many other things



vt XF ad FC ita YR ad AK, sed XF ostensa est maior quàm YR ergo & FC quàm AK maior erit, quod erat ostendendum.

Lemma XIX:

Sint duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes, & recta AK perpendicularis ipsi DF secet semicirculum DEF in K, & ex centro circuli DEF, quod sit V, ponatur VG æqualis VC, & fiat * vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AI. Sit autem AI vel non minor maiore rectarum AF AK, vel non maior minore. Dico maiorem rectarum AK FC maximam esse omnium, quæ per A ductæ inter circumferentias ABC KF interijciuntur, minorem vero minimam. Aliarum autem propinquiorem maximæ, maiorem esse remotiore.

Excipio autem semicirculos se inuicem secantes, in quibus centrum V idem est quod punctum A, quoniam in ijs non datur minima, propinquior enim puncto sectionis, remotiore ex eadem parte semper minor est, vt infra demonstrabimus.

Iungantur igitur GK KD, quibus parallelæ ducantur CY YX secantes AK FA etiã continuatas in punctis YX. Et sit existẽte centro V inter puncta AF, recta AI non minor maiore rectarum AF AK. Vel existente eodem centro inter puncta AD, sit AI non maior minore rectarum AF AK. Ergo primo casu AF maior * erit quàm AR vnde AI non minor * quàm AF ex positione. Secundo casu AF minor erit quàm AK, & AI non maior quàm AF similiter ex positione. Itaque utroque casu AK maior * erit quàm FC. Ostendendum est igitur AK maximam esse FC minimam, atque propinquiorem ipsi AK remotiore maiorem esse.

Ducatur enim per A vtrunque recta Linea AEB secans circumferentias ABC KF in punctis BE, & compleatur circulus DE FH, quem KA EA productæ secant in punctis RK, & iungatur GH, cui parallela ducatur CS secans AB etiam continuatam in S. Duo igitur rectangula YAK EAS æqualia * erunt: quare vt AK hoc est AR ad AE ita erit AS ad AY, existente quidem centro V inter

2. Terz.
Lem. 17.
In semi-
circulis
autem se
inuicem
tangenti-
bus in qui-
bus pun-
ctum Fi-
dem est,
quod pun-
ctum C sa-
tis est ostē-
ter

deus AK ter puncta A F, sic argumentor. Sed A R minor est quam A E, *maximā* ergo & A S minor erit quam A Y. Et quoniam A I ponitur non *esse erque* minor quam A F, ea maior erit quam A K, & consequenter mi- *propinquo* nor quam A Y, rectangulum enim Y A K æquale est quadrato *rem remo* A I. Cum igitur A I minor sit quam A Y, erit & A F minor, & *tiore ma-* per consequens minor & A E, atque A R multo minor, sic *iorē esse.* igitur quatuor proportionalium A R A E A S A Y maxima *Lem. 8.* erit A Y, minima* vero A R, Vnde Y R maior erit quàm SE, *25. Quin* composita enim ex maxima, & minima maior est*quàm composita *ti.* ex reliquis, similiter, & differentia maximæ & minimæ maior*quàm *Lem. 7.* differentia reliquarum.

Existente vero centro V inter A D argumentor hoc modo. Sed *7. Tertij.* A R maior*est quàm A E, ergo & A S maior erit quàm A Y. Et quoniam A I non est maior quàm A F, sic enim ponitur, ea minor erit quàm A K, vnde maior quàm A Y, rectangulum enim Y A K æquale est quadrato A I. Ergo & A F maior erit quam A Y, & consequenter maior & A E, atque A R multo maior. Itaque qua- *Lem. 8.* tuor proportionalium A R A E A S A Y minima erit A Y, maxi- *25. Quin.* ma* A R. Ergo Y R maior*erit quam S E, atque hoc idem demon- *6. Le. 7.* strauimus existente centro Circuli D E F inter A F.

Et quoniam in vtroque casu est vt A G ad A C ita* A K ad A Y, *Lem. 6.* & ita* E B ad B S, erit A K hoc est A R ad A Y vt E B ad B S, & e- existente A inter Y R erit conuertendo & componendo, existente ve- ro R inter A Y, erit conuertendo & diuidendo, at existente Y in- ter A R erit per conuersionem rationis & conuertendo vt Y R ad A R ita S E ad E B, sed Y R ostensa est maior quam S E, ergo & A R hoc est A K maior erit quàm E B. Et sic demonstrabitur omni- bus alijs maior. Maxima est igitur omnium A K.

Corol. Pari ratione quoniam æqualia* sunt rectangula E A S F A X, erit *Lem. 6.* E A ad A F vt A X ad A S. Existente quidem centro V inter A F hac ratione argumentor. Sed A E minor est quàm A F ergo & A X minor erit quàm A S, & quoniam A I ponitur non minor quàm A F, ea maior erit quam A E, vnde minor quam A S, quia re- *Lem. 6.* ctangulum E A S æquale* est quadrato A I; ergo & A F minor erit quam A S, & A E multo minor. Itaque quatuor proportionalium *25. Quin.* E A A F A X A S maxima erit A S, minima A E. Quare S E maior *6. Le. 7.* *erit quàm X F.

Existente vero centro V inter A D, sic argumentor. Sed A E maior est quàm A F, ergo & A X maior erit quàm A S. Et quoniam A I non est maior quàm A F, ea minor erit quàm A E, Ergo maior quam A S, rectangulum enim E A S æquatur* quadrato A I, qua- *Lem. 6.* re & A F maior erit quam A S, & A E multo maior. Quatuor igitur *25. Quin.* proportionalium E A A F A X A S minima erit A S, maxima A E; *6. Le. 7.* vnde S E maior*erit quàm X F. Idēque in superiori casu demonstraui-
Quoniam

LIBER SECVNDVS.

Figurae ponenda inter paginas 40. & 41.

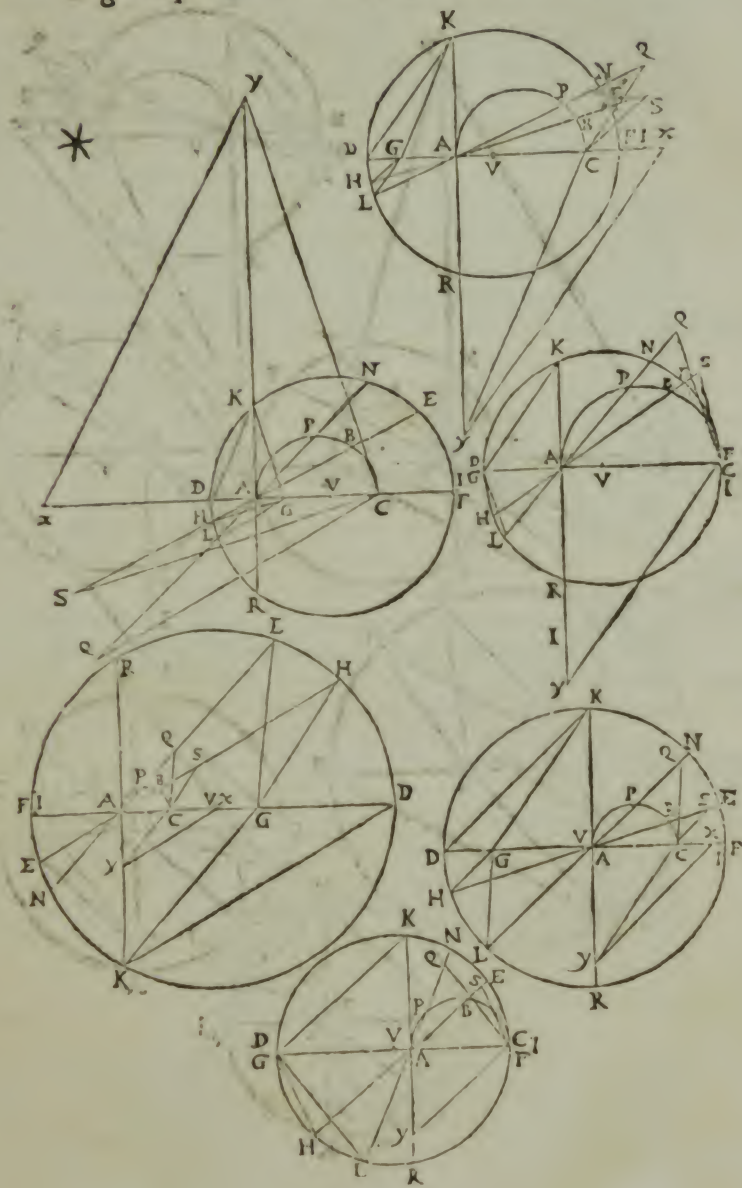
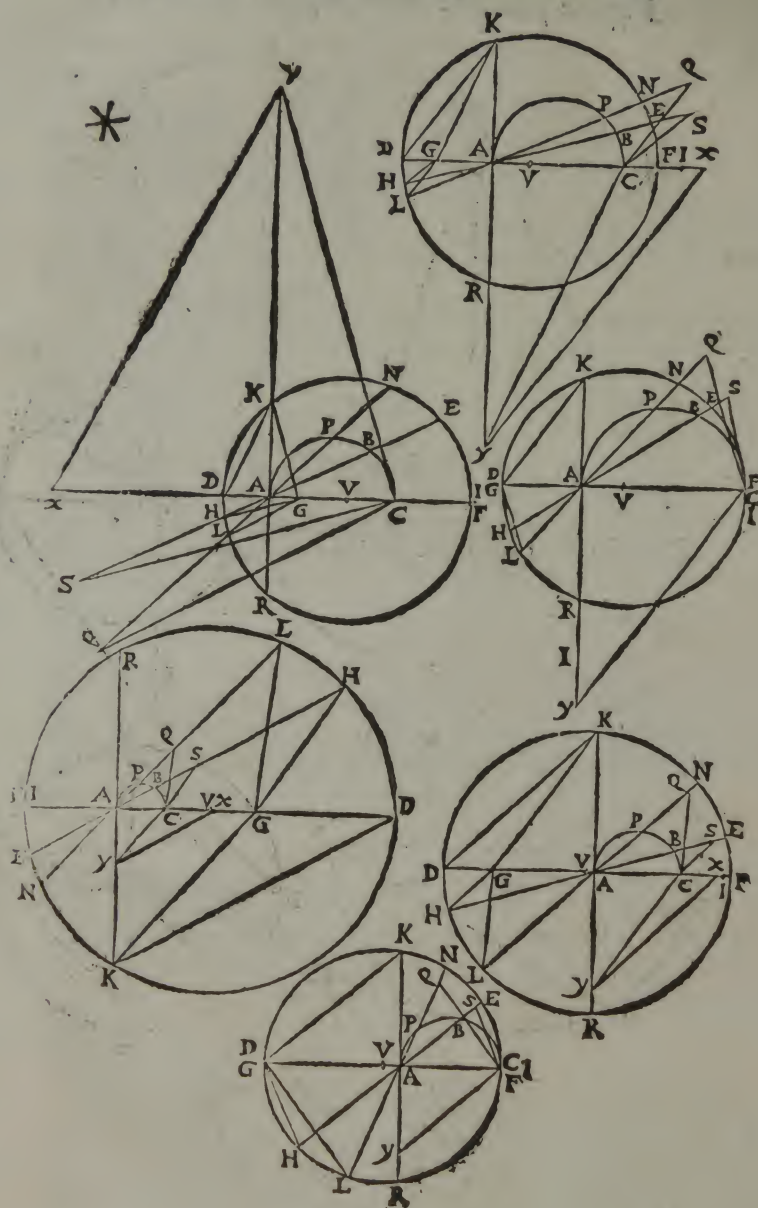


Figura ponenda inter paginas 40. & 41.

Figura ponenda inter paginas 40. & 41.



Quoniam igitur utroque casu est vt AG ad AC ita $*FC$ ad CX & ita $*EB$ ad BS , erit EB ad BS vt FC ad CX , & existente B inter SE , erit conuertendo & componendo, existente vero E inter SB erit conuertendo & diuidendo, existente denique S inter EB erit per conuersionem rationis & conuertendo vt SE ad EB ita XF ad FC , sed SE ostensa est maior quam XF , ergo & EB maior erit quam FC . Atque eadem ratione quauis alia demonstrabitur maior quam FC . ergo minima est FC . *Lem. 6.*

Iam agatur per A utrunque recta linea APN secans circumferentias ABC KF in punctis P N , circumferentiam vero DR in L . sitque NP maximae AK propinquior quam EB , & conectatur GL eique parallela ducatur CQ secans LN , vel ei continuatae occurrens in Q . Erunt igitur aequalia $*rectangula$ NAQ EAS ; quare, vt AN ad AE ita erit AS ad AQ . Si quidem centrum V sit inter AF sic argumentabor. Sed AN minor est quam AE , Ergo & AS minor erit quam AQ . Et quoniam AI ponitur non minor quam AF , ea maior erit quam AN , & per consequens maior quam AQ . ($rectangulum$ enim NAQ aequale $*est$ quadrato AI) ergo & AF minor erit quam AQ , & AE multo minor, atque minor & AN . Quatuor igitur proportionalium AN AE AS AQ maxima erit AQ minima $*vero$ AN . Vnde QN $*maior$ erit quam SE . *Cor. Lem. 6.*

Si vero centrum V sit inter AD argumentabor hoc modo. Sed AN maior est quam AE , ergo, & AS maior erit quam AQ . Et quoniam AI ponitur non maior quam AE , ea minor erit quam AN , ergo maior quam AQ ($rectangulum$ enim NAQ aequale $*est$ quadrato AI) quare & AF minor erit quam AS , & AE multo minor, atque minor & AN . Itaque quatuor proportionalium AN AE AS AQ minima erit AQ , maxima AN . Vnde QN maior erit quam SE , quod demonstrauius & supra. *Lem. 6.*
25. Quin.
Le. 7.

Quoniam igitur utroque casu vt AG ad AC ita $*est$ NP ad PQ , & ita EB ad BS , erit NP ad PQ vt EB ad BS , & existente P inter NQ , erit conuertendo & componendo, existente vero N inter PQ erit conuertendo & diuidendo, existente denique Q inter NP erit per conuersionem rationis, & conuertendo, vt QN ad NP ita SE ad EB , sed QN ostensa est maior quam SE , ergo & NP maior erit quam EB , hoc est propinquior maximae maior quam EA quae est remotior. *Lem. 6.*

Sed, existente centro V inter puncta A F , sit AI non maior minore rectarum AF AK . Vel existente eodem centro inter A D , sit AI non minor maiore rectarum AF AK . Primo igitur casu AK minor $*erit$ quam AF , vnde AI non maior quam AK , ex positione. Secundo casu AK maior erit $*quam$ AF , ergo AI non minor quam AK , Similiter ex positione. Vtroque igitur casu FC maior $*erit$ quam AK . Itaque ostendendum *7. Tert.*
7. Tert.
Lem. 18.

F est

est FC maximam esse, AK minimam, aliarum autem propinquo-
rem ipsi FC maiorem esse remotiore.

Ducatur enim per A utcumque recta Linea ABE secans circum-
ferentias ABC KF in punctis BE, & compleatur circulus DE FH
quem KA EA continuatae secant in punctis RH, & conectatur
GH, eique parallela agatur CS secans EH, vel ei continuatae oc-
currens in S. Aequalia igitur erunt rectangula FAX EAS, quare ut
AF ad AE ita erit AS ad AX. Si quidem centrum V sit inter
7. Terrij. AF hoc modo argumentor; Sed AF maior est quam AE. Ergo
& AS maior erit quam AX.

Et quoniam AI ponitur non maior quam AK, ea minor erit
quam AF, & consequenter maior quam AX, rectangulum enim
Lem. 6. FAX æquale est quadrato AI. Cum igitur AI maior sit quam
AX, erit & AK maior atque AE multo maior, & per consequens
maior & AF quatuor igitur proportionalium AF AE AS AX
Lem. 8. minima erit AX, & consequenter maxima AF, unde XF maior
25. Quin. erit quam SE.

Si vero centrum V sit inter AD argumentor in hunc modum.
Sed AF minor est quam AE, ergo & AS minor erit quam AX.
Et quoniam AI ponitur non minor quam AK, ea maior erit quam
AF; Unde minor quam AX, propter quod rectangulum FAX æ-
Lem. 6. quatur quadrato AI. Cum igitur AI minor sit quam AX, erit
minor & AK, & AE multo minor, & per consequens minor &
AF. Sic igitur quatuor proportionalium AF AE AS AX maxi-
Lem. 8. ma erit AX, unde minima AF, atque adeo XF maior erit quam
SE, quod quidem demonstrauius & superiori Casu.

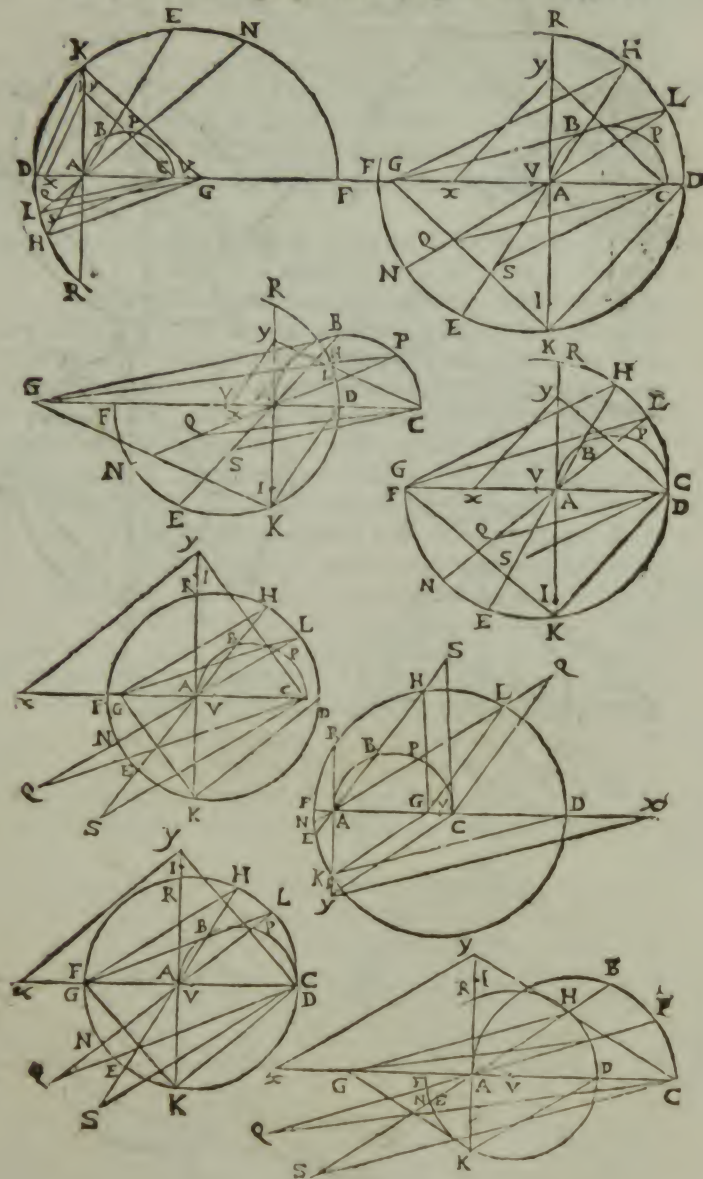
Quoniam igitur in utroque casu ut AG ad AC ita est FC ad
CX, & ita EB ad BS, erit ut FC ad CX ita EB ad BS, & exi-
stente C inter XF, erit conuertendo & componendo, existente ve-
ro F inter XC erit conuertendo & diuidendo, at existente X inter
FC, erit per conuersionem rationis & conuertendo, ut XF ad FC
SE ad EB, sed maior est XF quam SE, sic demonstrauius; ergo
& FC maior erit quam EB. Et sic demonstrabitur maior quacun-
que alia. Maxima est igitur FC.

Aequæ quoniam æqualia sunt rectangula EAS YAK, erit ut
Corol. AE ad AK, hoc est ad AR ita AY ad AS, existente quidem
Lem. 6. centro V inter AF, sic argumentor. Sed AE, maior est quam AK
hoc est quam AR, Ergo & AY maior erit quam AS. Et quoniam
AI non est maior quam AK ex positione, ea minor erit quam AE,
ergo maior quam AS, rectangulum enim EAS æquatur quadrato
Lem. 6. AI. Cum igitur AI maior sit quam AS, erit & AR maior, at-
que AE multo maior. Itaque quatuor proportionalium AE AR
Lem. 8. AY AS minima erit AS, & per consequens maxima AE. unde
25. Quin. SE maior erit quam YR.
Le. 7.

Exi-

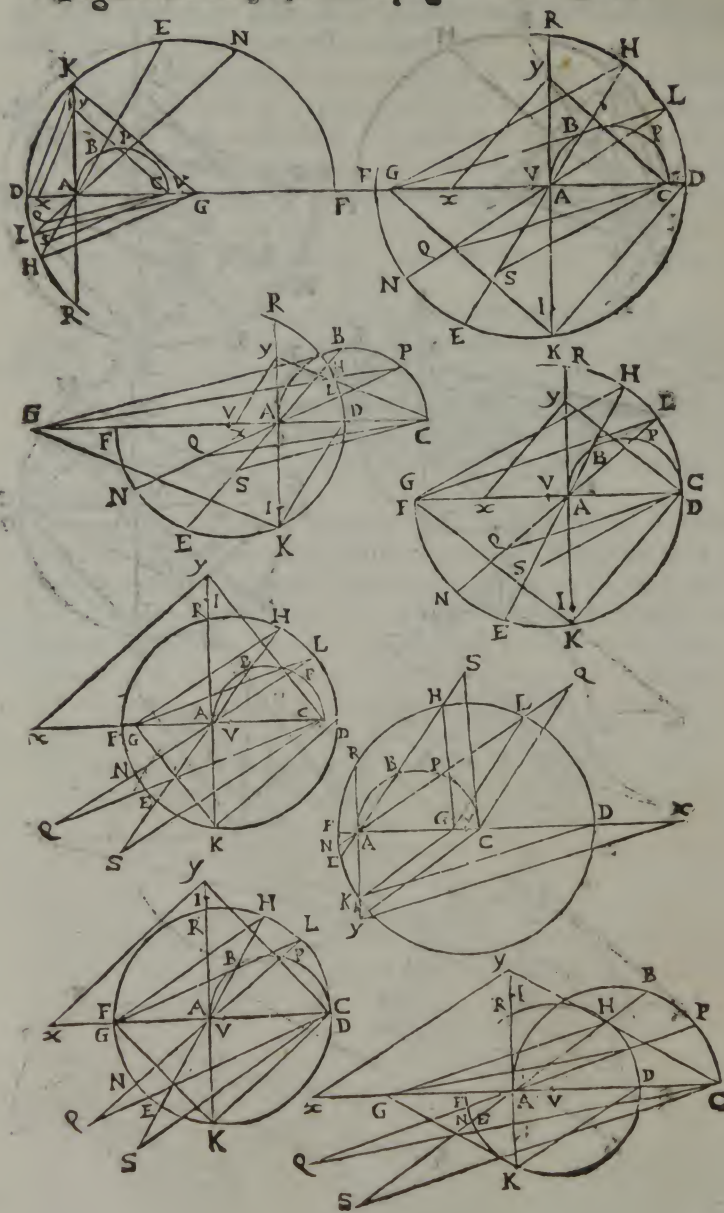
LIBER SECVNDVS."

Figura collocanda inter paginas 42. & 43.



A POLLONII REDIVIVI

Figura collocanda inter paginas 42. & 43.



Existente vero centro V inter AD, sic argumentor. Sed AE minor * est quàm AK, hoc est quam AR, ergo & AY minor erit ^{7. Terty.} quam AS. Et quoniam AI non est minor quam AK, sic ponitur, ea maior erit quam AE, vnde minor quam AS, quia rectangulum EAS æquatur * quadrato AI. Cum itaque AI minor sit quam ^{Lem. 6.} AS, erit minor & AR, atque AE multo minor. Quatuor igitur proportionalium AE AR AY AS maxima erit AS, vnde minima * AE, quare SE maior erit quam YR. Atque hoc idem de- ^{Lem. 8.} monstrauimus & supra.

Quoniam igitur in vtroque casu vt AG ad AC ita * est EB ad ^{Lem. 6.} BS, & ita * AK ad AY, erit vt EB ad BS ita AK ad AY, & existente B inter ES, erit conuertendo & componendo, existente vero E inter SE, erit conuertendo & diuidendo, at existente S inter EB, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt SE ad EB ita YR ad AR, hoc est ad AK, Sed SE ostensa est maior quam YR, ergo & EB quàm AK maior erit. Eademque ratione demonstrabitur quæcunque alia maior, quam AK. Minima est igitur AK.

Postremo ducatur per A quæuis recta linea APN secans circumferentias ABC KF in punctis P N, circumferentiam vero DR in L, sitque NP ipsi FC propinquior quam EB, & conestatur GL cui parallela ducatur CQ secans NA, vel ei continuatæ occurrens in Q. Duo igitur rectangula NAQ EAS æqualia * erunt, & ob id vt AN ad AE ita erit AS ad AQ. Existente quidem centro V inter AF, ita argumentor. Sed AN maior * est quam AE, ergo & AS maior erit quam AQ. Et quoniam AI non est maior quam AK, sic enim ponitur, ea minor erit quam AN, & per consequens maior quam AK, rectangulum enim NAQ æquatur * quadrato ^{Lem. 6.} AI. Cum igitur AI maior sit quam AQ, erit AE multo maior, & multo maior AN. Sic igitur quatuor proportionalium AN AE ^{Lem. 8.} AS AQ minima erit AQ, maxima * vero AN. atque adeo QN maior * erit quam SE. ^{25. Quin. & Le. 7.}

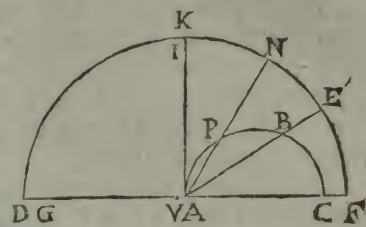
Existente verò centro V inter AD, hoc vtor argumento. Sed AN minor est quàm AE, ergo & AS minor erit, quàm AQ. Et quoniam AI ponitur non minor quàm AK, ea maior erit quàm AN; vnde minor quàm AQ (quoniam rectangulum NAQ æquatur * quadrato ^{Lem. 6.} AI) ergo & AE, quàm AQ minor erit, & AN multo minor. Itaque quatuor proportionalium AN AE AS AQ maxima erit AQ, minima * verò AN, vnde QN maior * erit quàm SE, quod etiam de- ^{Lem. 8.} monstrauimus, & supra. ^{25. Quin. & Le. 7.}

In vtroque igitur casu quoniam est vt AG ad AC ita NP ad PQ, & ita EB ad BS, erit NP ad PQ vt EB ad BS, & existente P inter QN, erit conuertendo, & componendo, existente vero N inter QP, erit conuertendo & diuidendo, at existente Q inter PN, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt QN ad

F 2 NP ita

NP ita SE ad EB, sed QN maior est quam SE, sic demonstraui-
mus, ergo & NP quam EB maior erit, hoc est propinquior maxi-
mæ FC maior quam ea quæ est remotior.

Sed centrum V iam sit in puncto A,
ergo æquales erunt AG AC, sed vt
AG ad AC ita ponitur quadratum
AK ad quadratum AI, ergo quadra-
tum AK quadrato AI æquale erit;
quare & recta AK vel AF æqualis
rectæ AI. Igitur & is casus ad præsens
Lemma pertinet, ponitur enim AI
vel non minor maiore rectarum AF
AK, vel non maior minore. Ostendendum est igitur maiorem ipsa-
rum AK FC maximam esse, minorem vero minimam, atque pro-
pinquiorem maximæ maiorem esse remotiore.



In semicirculis enim ex eadem parte existentibus AK cui æqualis
est AF maior est quam FC, eademque ratione maior quam EB. Et
sic maior quacunque alia. Maxima est igitur AK.

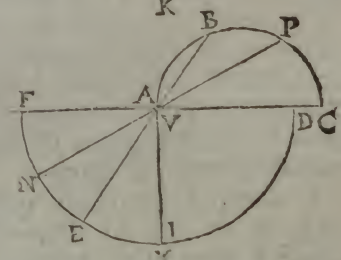
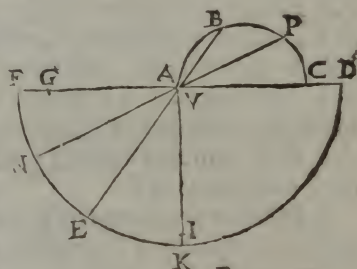
Et quoniam æquales sunt AF AE, maior autem AC quam AB,
erit reliqua FC minor quam reliqua EB. eademque ratione demon-
strabitur omnibus alijs minor. Ergo minima est FC.

Aque quoniam æquales sunt AN AE, minor autem AP quam
AB, erit reliqua NP maior quam reliqua EB, propinquior nempe
maximæ maior quam ea quæ est remotior.

In semicirculis vero ex opposito exi-
stentibus AF æqualis est AE, AC ve-
ro maior quam AB, tota igitur FC
maior erit quam EB tota. Itaque ma-
xima est FC.

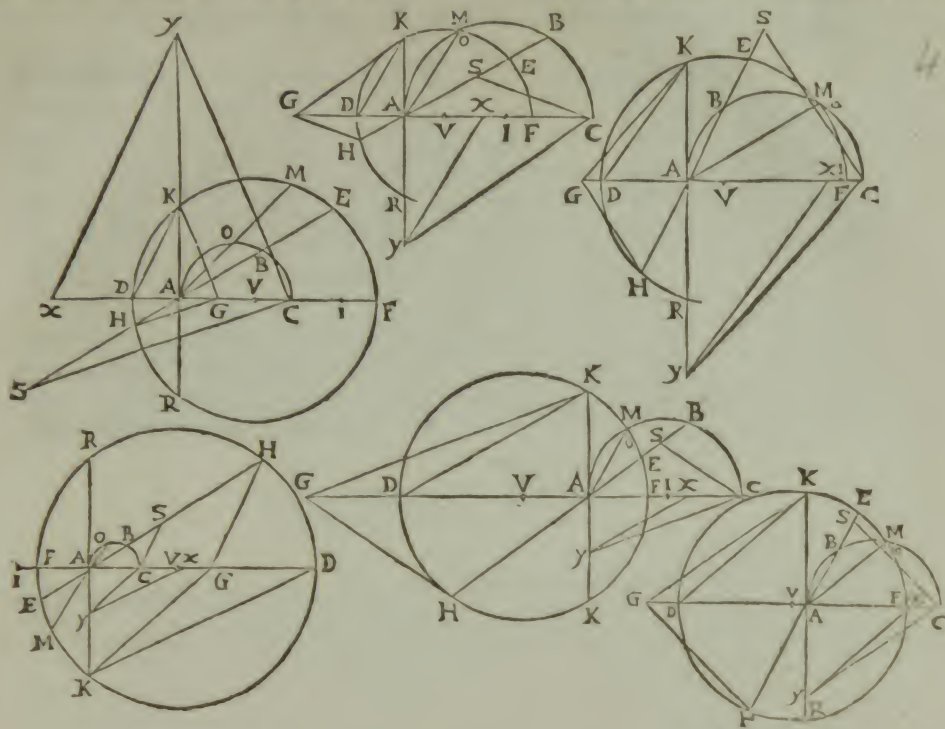
Similiter AK cui æqualis est AE
minor est quā EB. Ergo minima est AK.

Postremo, quoniam AN æqualis est
AE, AP vero maior quam AB, erit to-
ta NP maior quam EB tota, hoc est
propinquior maximæ maior quam re-
motior. Maior igitur rectarum AK FC
maxima est omnium quæ inter circum-
ferentias ABC KF interjiciuntur, mi-
nor vero minima, aliarum autem pro-
pinquior maximæ maior remotiore,
quod erat ostendendum.



At verò in semicirculis se inuicem
secantibus in quibus centrum V idem est quod punctum A, propin-
quiorem puncto sectionis semicirculorum, quod sit M minorem esse
se

Ponantur haec figura sub linea 13. pagina 45. ut respiciant ipsam paginam, & Lemmati XX. seruiant.



Ducatur enim per A quaecunque recta linea ABE secans circumferentias ABC KF in punctis B E, & compleatur circulus DEFH, quem E A K A continuata secant in punctis H R, & conestantur GH GK KD, eisque parallelæ ducantur CS CY YX secantes EA KA FA etiam productas in punctis SYX. Et sit primum AK maior quam FC. Quoniam igitur ut AG ad AC ita* est AK ad AY, & ita* FC ad CX, erit AK hoc est AR ad AY ut FC ad CX, & existente puncto A inter YR, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo, existente vero R inter AY, erit conuertendo & diuidendo & rursus conuertendo, at existente Y inter AR, erit per conuersionem rationis, ut AR ad RY ita FC ad XF, sed AR, hoc est AK ponitur maior quam FC. Ergo & RY quam XF maior erit. Lem. 6.

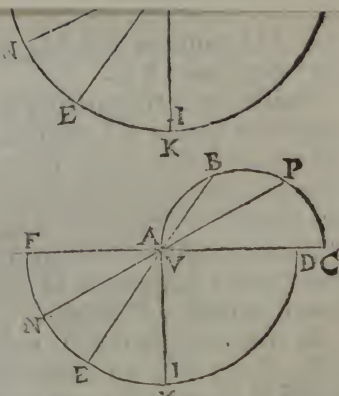
Et quoniam rectangulum YAK, hoc est YAR æquale* est rectangulo FAX* proportionales erunt AR AF AX AY, sed RY Cor. Le. 6.
16. Secti. ostensa

xima est FC.

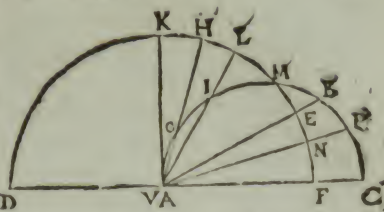
Similiter AK cui æqualis est AE minor est quā EB. Ergo minima est AK.

Postremo, quoniam AN æqualis est AE, AP vero maior quam AB, erit tota NP maior quam FB tota, hoc est propinquior maximæ maior quam remotior. Maior igitur rectarum AK FC maxima est omnium quæ inter circumferentias ABC KF interijciuntur, minor vero minima, aliarum autem propinquior maximæ maior remotiore, quod erat ostendendum.

At verò in semicirculis se invicem secantibus in quibus centrum V idem est quod punctum A, propinquiores puncto sectionis semicirculorum, quod sit M minorem esse



se remotiore ex eadē parte sic demō-
strabimus. Ducantur AB AP secan-
tes circumferentias MF MC in pūctis
EN B P. & sit EB pūcto M propin-
quior quā N P. Qm̄ igitur AB mi-
nor est quā AP, AE vero equalis AN,
reliqua EB minor erit quā reliqua
NP, hoc est propinquior pūcto M minor quā ea quæ est remōtior.



Rursus ducantur AH AL ex altera sectionis parte secantes cir-
cumferentias MK MA in pūctis HL OL, & sit IL pūcto M pro-
pinquior quā OH. Eadem ratione AI maior est quā AO, & AL
equalis AN, erit reliqua IL minor quā OH reliqua, hoc est pro-
pinquior pūcto sectionis minor remotiore, quod erat ostendendum.

Lemma XX.

Iisdem positis. Sit autem AI minor maiore rectarum AF
AK, maior minore. Ergo à pūcto A ad circumferen-
tiam KF ducatur AM equalis AI, eaque producat ad
circumferentiam ABC in O. Dico maiorem rectarum
AK FC maximam esse omnium quæ per A ductæ inter
circumferentias ABC KF interijciuntur, minimam ve-
ro MO. Aliarum autem propinquo rem minimæ, remo-
tiore ex eadem parte minorem esse.

Ducatur enim per A quæcunque recta lineæ ABE secans circum-
ferentias ABC KF in pūctis BE, & compleatur circulus DEFH,
quem E A K A continuatæ secant in pūctis HR, & conestantur
GH GK KD, eisque parallelæ ducantur CS CY YX secantes EA
KA FA etiam productas in pūctis SYX. Et sit primum AK maior
quā FC. Quoniam igitur ut AG ad AC ita* est AK ad AY, &
ita* FC ad CX, erit AK hoc est AR ad AY ut FC ad CX, & exi-
stente pūcto A inter YR, erit conuertendo & componēdo ac rur-
sus conuertendo, existente vero R inter AY, erit conuertendo & di-
uidendo & rursus conuertendo, at existente Y inter AR, erit per con-
uersionem rationis, ut AR ad RY ita FC ad XF, sed AR, hoc est
AK ponitur maior quā FC. Ergo & RY quā XF maior erit.

Et quoniam rectangulum YAK, hoc est YAR aequale* est re-
ctangulo FAX* proportionales erunt AR AF AX AY, sed RY
ostensa

Lemma.

Cor. 1. 2.
16. Secti.

ostensa est maior quàm X F, hoc est composita ex extremis maior quàm composita ex medijs, vel differentia extremarum maior quàm differentia mediarum, ergo altera *extremarum A R A Y maxima erit, altera minima. Existente quidem centro V inter A F sic argumentor. Sed A R non est maxima, quia *minor est quam A F. Ergo minima erit, & consequenter A Y *maxima. Itaque A Y maior erit quàm A F, & multo maior quàm A E.

Corol. Et quoniam propter æqualitatem rectangulorum Y A K E A S est vt A K ad A E, minor videlicet ad maiorem ita A S ad A Y, erit & A S minor quàm A Y, seu quod idem valet A Y maior quàm A S. Cum igitur A Y maior sit quam A S, & maior quàm A E, ac etiam maior quàm A K vt demonstrauius, erit ipsa A Y maxima quatuor proportionalium A K A E A S A Y, vnde A K *minima. Quare R Y *maior erit quam S E.

Existente vero centro V inter A D argumentor hoc modo. Sed *7. Tertij.* A R non est minima, est enim maior *quàm A F, ergo maxima erit, vnde A Y *minima. Itaque A Y minor erit quàm A F, & ideò multo minor quàm A E.

Corol. Et quoniam æqualia *sunt rectangula Y A K E A S, erit vt A K ad A E, maior *videlicet ad minorem, ita A S ad A Y, ergo & A S maior erit quàm A Y, seu quod idem est A Y minor quam A S. Cum igitur A Y minor sit quàm A S, & minor quàm A E, & etiam minor quàm A K, vt est demonstratum. Erit ipsa A Y minima quatuor proportionalium A K A E A S A Y, quare A K *maxima,

7. Tertij. vnde Y R maior *erit quàm S E, quod est demonstrauius & supra.

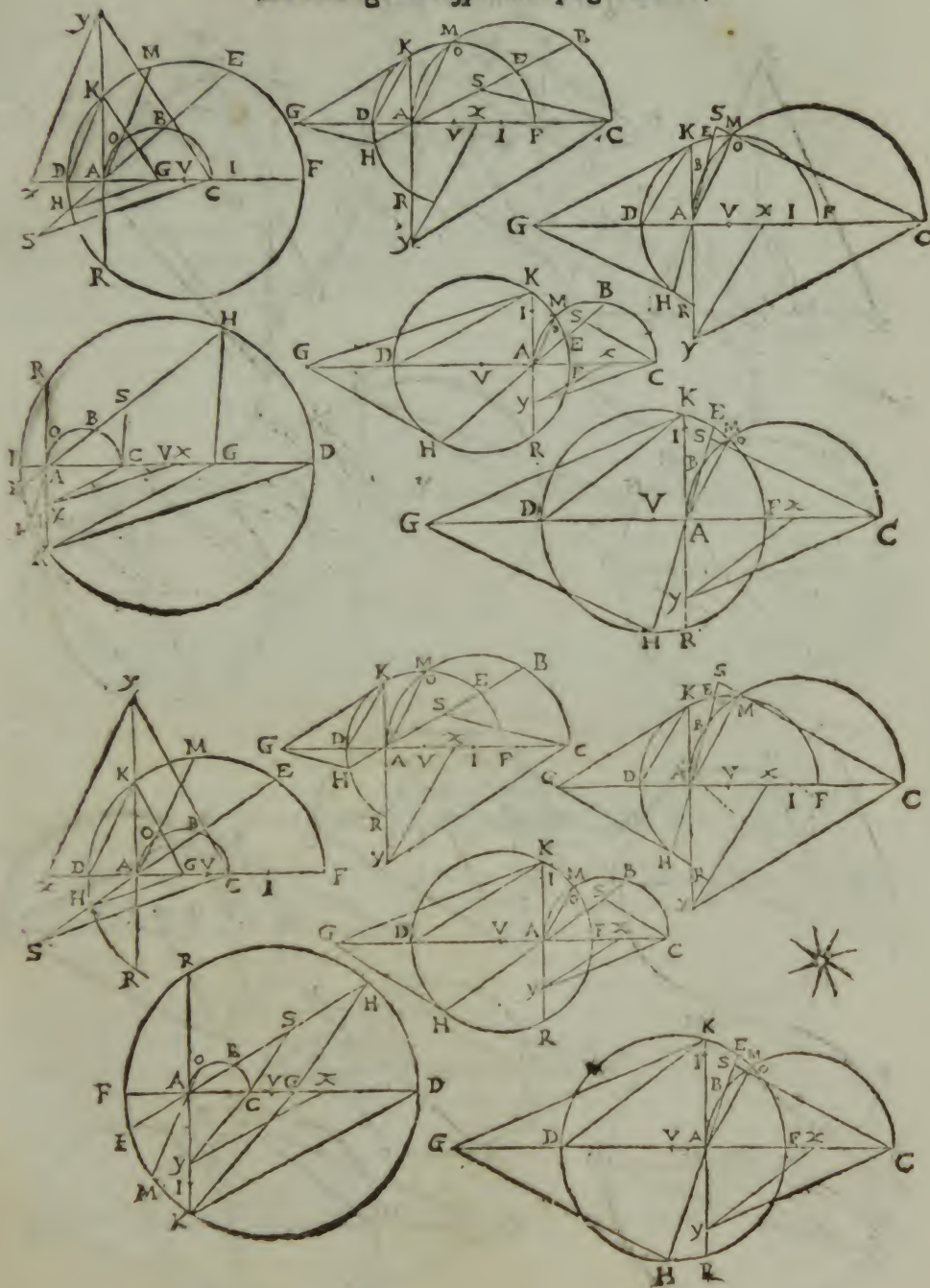
7. Tertij. In utroque igitur casu quoniam est vt A G ad A C ita *A K ad A Y, & ita *E B ad B S, erit A K, hoc est A R ad A Y sicut E B ad B S, & existente A inter Y R, erit conuertendo & componendo, existente vero R inter A Y, erit conuertendo & diuidendo, at existente Y inter A R erit per conuersionem rationis & conuertendo, vt R Y ad A R, hoc est ad A K ita S E ad E B, sed R Y ostensa est maior quàm S E, ergo & A K quàm E B maior erit. Eademque ratione demonstrabitur omnibus alijs maior. Maxima est igitur A K.

7. Tertij. Sed sit F C maior quam A K, quoniam igitur vt A G ad A C ita *est F C ad C X, & ita *A K ad A Y, erit F C ad C X vt A K hoc est A R ad A Y, & existente A inter Y R, erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo, existente vero R inter A Y erit conuertendo & diuidendo & rursus conuertendo, at existente Y inter A R erit per conuersionem rationis, vt F C ad X F ita A R ad R Y, sed ponitur F C maior quam A R, hoc est quam A K, ergo & X F maior erit quam R Y, sed X F composita est ex extremis quatuor proportionalium A F A Y A R A X, ipsa vero R Y ex medijs, vel X F differentia est extremarum, R Y differentia mediarum (sunt enim proportionales A F A Y A R A X, quia rectangulum F A X

APOLLONII REDIVIVI.

Posatur hoc folium inter paginas 46. et 47.

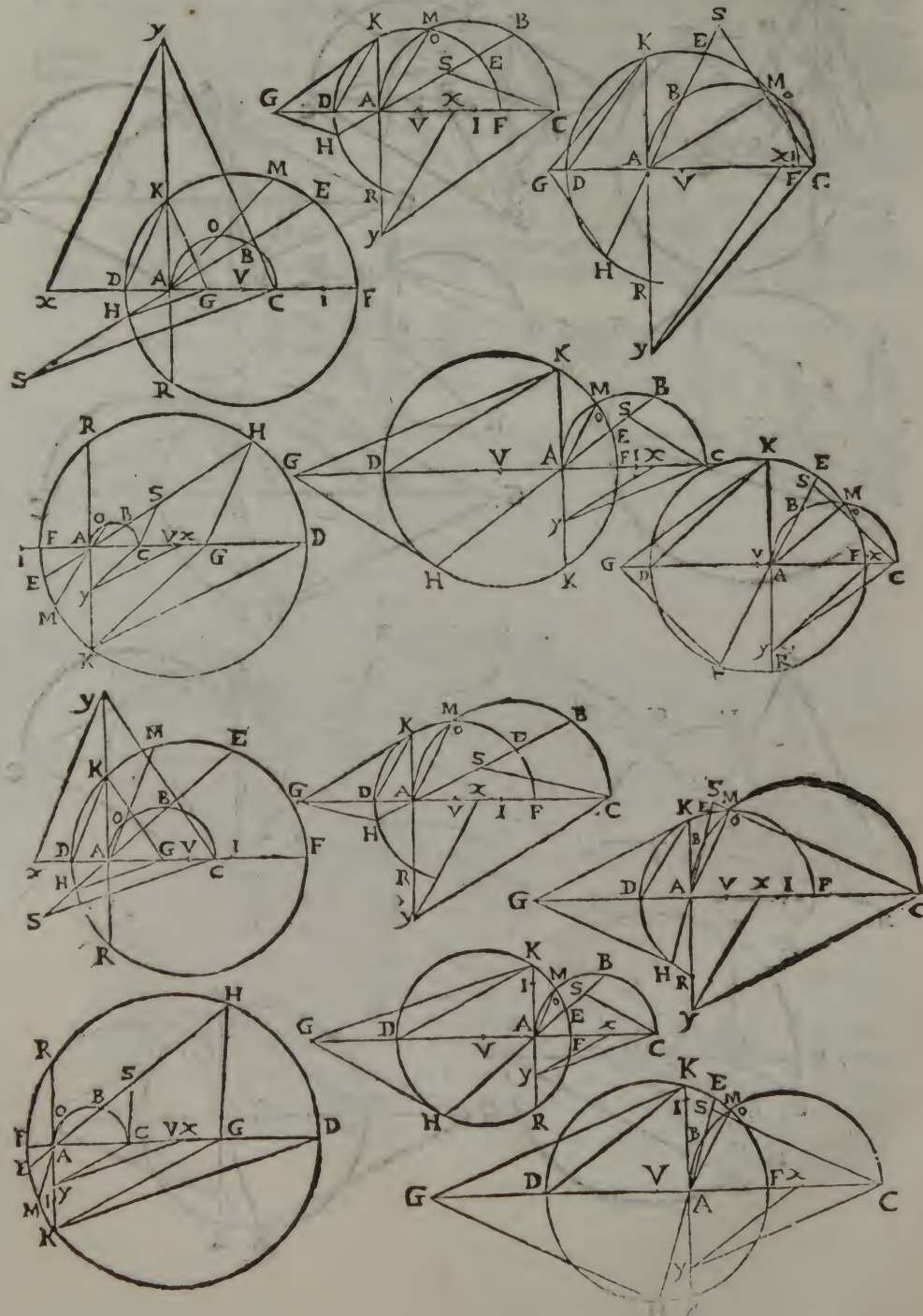
Et haec Figura respiciant paginam 47.



LIBER SECVNDVS.

Ponatur hoc folium inter paginas 46. & 47.

Et Figurae respiciant paginam 46.



FAX æquatur rectangulo YAK hoc est YAR.) Igitur altera extremarum AFAX maxima*erit, altera minima. Existente quidem centro V inter AF hac ratione argumentor. Sed AF non est minima, quia maior*est quam AR, ergo maxima erit, unde AX*minima. Itaque AX minor est quam AR, & multo minor quam AE. Et quoniam est, vt AF ad AE maior videlicet ad minorem ita AS ad AX, sunt enim æqualia*rectangula FAXEAS, ergo & AS maior erit quam AX, hoc est AX minor quam AS, sed & AX vt demonstraui minor est quam AE, & consequenter minor etiam quam AF, ergo quatuor proportionalium AF AE AS AX minima erit AX, unde*AF maxima. Quare XF maior*erit quam SE.

Cor. Lt. 6.

Lem. 9.

Cor. Lt. 10.

7. Terrij.

Lem. 8.

Corol.

Lem. 6.

Lem. 8.

25. Quin.

Cor. Lt. 7.

Existente vero centro V inter AD, hoc modo argumentor. Sed AF non est maxima, quia minor*est quam AK. Ergo minima erit, & per consequens maxima AX. Itaque AX maior erit quam AK, & multo maior quam AE. Et quoniam propter æqualitatem*rectangulorum FAXEAS proportionales sunt AF AE AS AX, & est AF minor*quam AE, ergo & AS minor erit quam AX, seu quod idem est AX maior quam AS, sed AX ostensa est quoque maior quam AE, & per consequens maior quoque quam AF. Ergo quatuor proportionalium AF AE AS AX maxima est AX, unde minima*AF. Itaque XF maior erit quam SE. Atque hoc idem demonstraui & supra.

7. Terrij.

Corol.

Lem. 6.

7. Terrij.

Lem. 8.

25. Quin.

Cor. Lt. 7.

Lem. 6.

Itaque in vtroque casu quoniam est vt AG ad AC ita*FC ad CX & ita*EB ad BS, erit FC ad CX vt EB ad BS, & existente C inter FX, erit conuertendo & componendo, existente vero F inter XC, erit conuertendo & diuidendo, at existente X inter FC, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt XF ad FC ita SE ad EB, sed ostensa est XF maior quam SE, Ergo & FC maior erit quam EB. Similiter demonstrabitur omnibus alijs maior. Ergo maxima est FC.

Sed sint æquales AK FC. Qm igitur vt AG ad AC ita*est FC ad CX, & ita AK ad AY, erit FC ad CX vt AK hoc est AR ad AY, sed FC ponitur æqualis AR, vel AK, ergo & CX æqualis erit ipsi AY; quare per additionem, vel subductionem æqualium æqualibus erit XF æqualis YR, sed XF composita est ex extremis quatuor proportionalium FAAYARAX, ipsa vero RY ex medijs, vel XF differentia est extremarum, RY differentia mediarum, sunt enim propter æqualitatem*rectangulorum FAXYAK hoc est YAR proportionales*FAAYARAX, ergo AFAX ipsis AYAR æquales*erunt, maior videlicet maiori, minor minori, Itaque AF æqualis erit alteri ipsarum AYAR, sed existente centro V inter puncta AF, ipsa AF maior est quam AR, Ergo AF æqualis erit ipsi AY, atque adeo AY maior quam AE. Et quoniam æqualia sunt

Lem. 6.

Corol.

Lem. 6.

16. Sexti.

Lem. 11.

sunt rectangula $YAK EAS$, erit AY ad AE , maior videlicet ad minorem, ut AS ad AK , hoc est ad AR , ergo & AS maior erit quam AR , sed & AY maior est quam AR , similiter maior & AE , ergo quatuor proportionalium $AY AE AS AR$ minima erit AR , & consequenter maxima AY ; Vnde RY maior *erit quam SE .
Lem. 8.
25. Quin.
& L. 7. Existente vero centro V inter puncta AD , erit AF minor quam AR , ergo æqualis erit ipsi AY , ostensa enim est AF æqualis alteri ipsarum $AY AR$, Itaque AY minor erit quam AE . Et quoniam, *Co. 10. 6.*
16. Sexii. propter æqualitatem *rectangulorum $YAK EAS$, est ut * AY ad AE , minor videlicet ad maiorem, ita AS ad AK , vel ad AR , ergo & AS minor erit quam AR , sed & utraque ipsarum $AY AE$ minor est quam AR . Ergo quatuor proportionalium $AY AE AS AR$ maxima erit AR , vnde minima AY , quare RY maior erit quam SE . Atque hoc idem demonstrauimus & supra.

Lem. 6. Quoniam igitur in utroque casu ut AG ad AC ita *est EB ad BS , & ita * AK ad AY , erit AK hoc est AR ad AY ut EB ad BS , & existente A inter RY , erit conuertendo & componendo, existente vero R inter AY erit conuertendo & diuidendo, existente denique Y inter AR , erit per conuersionem rationis & conuertendo ut RY ad AR hoc est ad AK ita SE ad EB , sed RY ostensa est maior quam SE , ergo & AK quam EB maior erit. Atque eadem ratione demonstrabitur maior omnibus alijs. Cum igitur AK maior sit omnibus per A ductis, & ei æqualis sit FC , erit & ipsa FC omnibus maior, & ideo utraque maxima. Maior igitur rectorum $AK FC$ maxima est omnium, quæ per A ductæ inter circumferentias $ABC KF$ intreiiciuntur quod esto primum.

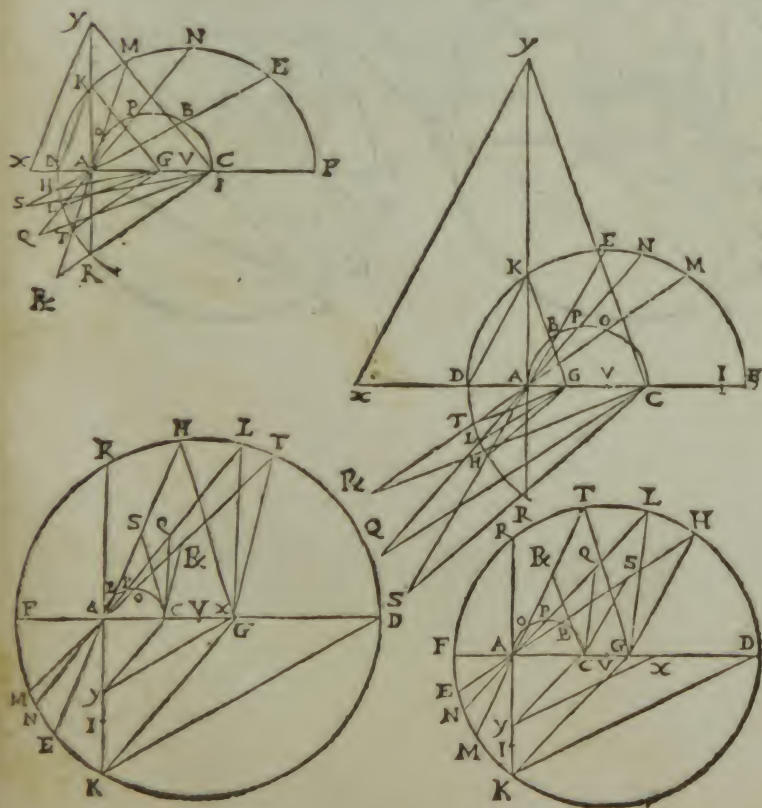
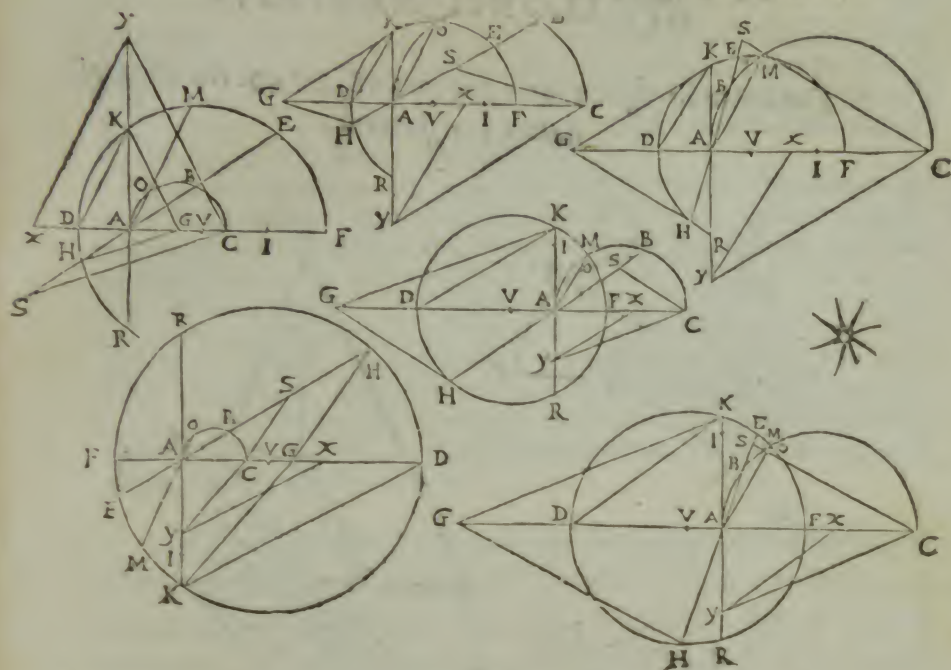
Iam vero producat MA donec secet circumferentiam RD in T , & conectatur GT , eique parallela agatur $C\Re$ secans MA continuatam in \Re . Rectangulum igitur $MA\Re$ æquale *erit quadrato AI hoc est quadrato AM , sunt enim æquales $AI AM$ ex constructione, quare AM æqualis erit ipsi $A\Re$. Sed quoniam rectangulum $FA X$ æquale *est quadrato AI seu quadrato AM , proportionales *erunt $AF AM AX$, sunt autem & inæquales, ergo XF composita ex extremis maior erit quam dupla media, hoc est quam $M\Re$. Et quoniam est, ut AG ad AC , ita * FC ad CX , & ita * MO ad $O\Re$, erit FC ad CX ut MO ad $O\Re$, & conuertendo ut CX ad FC ita $O\Re$ ad MO , & componendo ut XF ad FC ita erit $M\Re$ ad MO , sed ostensa est XF maior quam $M\Re$, ergo & FC quam MO maior erit.

Eadem ratione. Quoniam rectangulum YAK æquale est quadrato AI , id est quadrato AM , proportionales erunt $AK AM AY$, sunt autem & inæquales, ergo RY composita ex extremis $AK AY$ maior erit quam $M\Re$, id est, quam dupla media. Sed quoniam est
Lem. 6. ut AG

LIBER SECVNDVS.

Penantur haec figurae inter paginas 48. & 49. Ita ut respiciant paginam 48.

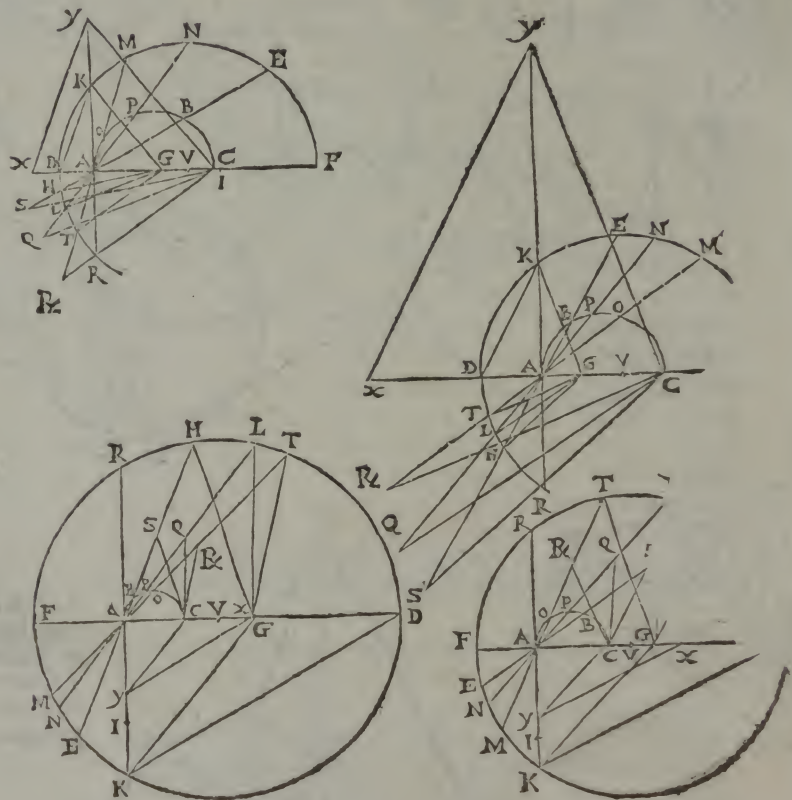
48. 6. 1/2



Haec inferiores quatuor figurae pertinent ad Secundam partem Lemmatis XX. incipientem, iam vero producatur.

APOLLONII REDIVIVI

Ponantur hæ figuræ inter paginas 48. & 49. ita vt paginam 49. respiciant.



vt AG ad AC ita * AK ad AY, & ita MO ad O R, erit AK, *Lem. 6.*
id est AR ad AY sicut MO ad O R, & conuertendo vt AY ad
AR ita O R ad MO, & componendo vt RY ad AR ita erit M R
ad MO, sed RY maior est quam M R vt demonstrauius, ergo &
AR hoc est AK maior erit quam MO.

Similiter, quoniam rectangulum EAS aequatur * quadrato AI *Lem. 6.*
id est AM proportionales * erunt AE AM AS, sed & inaequales *17. Sexti.*
sunt; ergo SE composita ex extremis maior erit quam M R, media
videlicet dupla. Et quoniam vt AG ad AC ita * est EB ad BS, &
ita * MO ad O R, erit EB ad BS vt MO ad O R, & conuertendo vt BS ad EB ita O R ad MO, & componendo vt SE ad EB ita
erit M R ad MO, sed maior est SE quam M R, ergo & EB quam
MO maior erit. Atque eadem ratione demonstrabimus quamcun-
que aliam maiorem esse ipsa MO. Minima est igitur MO omnium
quae per A ducuntur, & inter circumferentias ABC KF interij-
ciuntur, quod esto secundum.

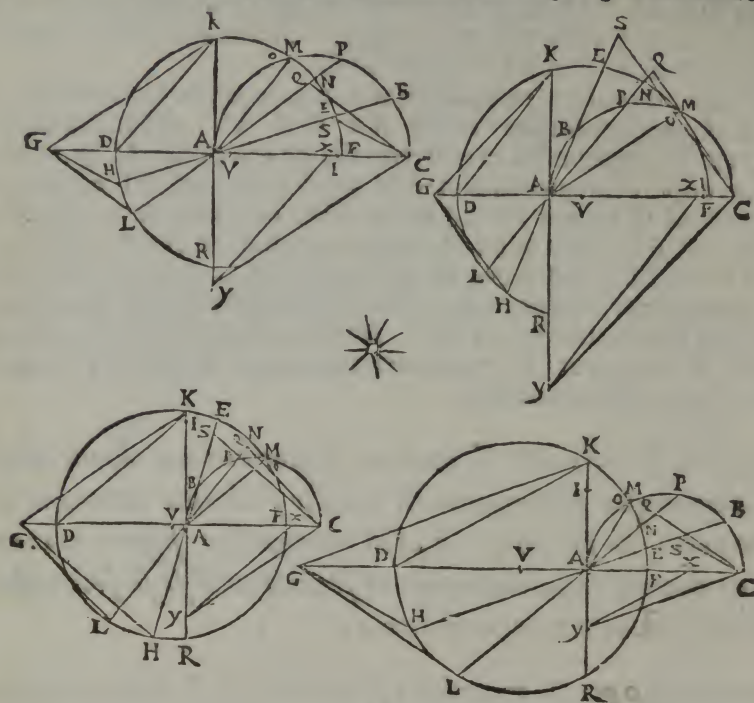
*Et si in semicirculis se inuicem secantibus non datur mini-
ma, ea enim quae propinquior est puncto sectionis remotiore ex
eadem parte semper minor est, sed vt omnibus figuris una ea-
demque demonstratio conueniat in semicirculis se se secantibus
punctum sectionis vocetur minima.*

Ducatur ergo per A vtcunque recta linea ANP secans circum;

G

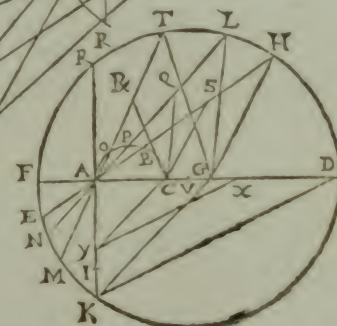
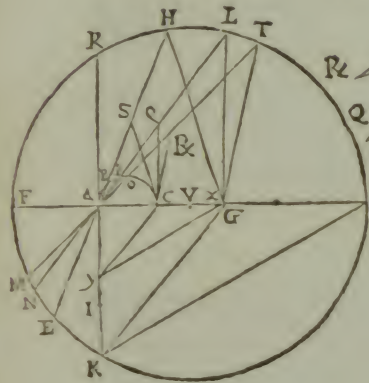
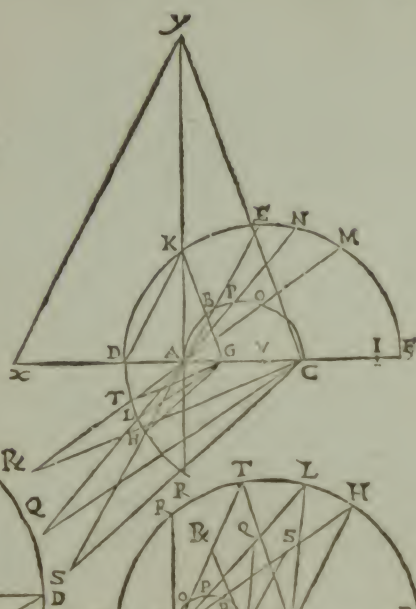
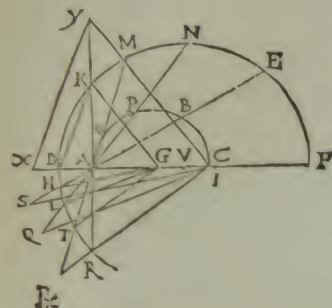
feren-

ferentias ABC KF in punctis PN ita ut recta NP sit minima MO
propinquier quam EB, eaque producta secet quoque circemferen-



- tiam RD in L, sintque NP EB ex eadem parte minimæ, & iunga-
tur GL, cui parallela ducatur CQ occurrens NA productæ in Q.
Co Le. 6. Erit igitur propter æqualitatem * rectangulorum EAS NAQ, ut
16. Sexti AE ad AN ita * AQ ad AS in semicirculis quidem in quibus AE
maiori rectarum AF AD propinquier est quam AN sic argumen-
7. Terrij. tor. Sed AE * maior est quam AN, ergo & AQ maior erit quam
AS. Sed quoniam rectangulum NAQ æquatur quadrato AI hoc
7. Terrij. est quadrato AM, & AN ut propinquier maiori rectarum AF AD
maior * quam AM, quæ est remotior, ergo AN maior erit quam
AQ, & per consequens AE multo maior, atque multo maior quam
AS. Sic igitur quatuor proportionalium AE AN AQ AS maxi-
25. Quin. ma erit AE, minima vero AS, unde SE maior * erit quam QN.
Co Le. 7. In semicirculis vero in quibus AE à maiore rectarum AF AD re-
7. Terrij. motior est quam AN, argumentor hoc modo. Sed AE minor * est
quam AN, ergo & AQ minor erit quam AS. Sed quoniam re-
Lem. 6. ctangulum ANQ æquale * est quadrato AI, vel quadrato AM, &
AN minor quam AM, ergo ipsa AN multo minor erit quam AQ,
& multo

Ponantur hę figurae sub linea 12. pagina 51. ita ut pagi-
nam 50. respiciant.



51

n A Q.
ma erit
ue hoc
ss Quia.
vel l. 7.
Lem. 6.

N Pad
te B in
ter BS
er con-
ad EB,
P quā
notiore,

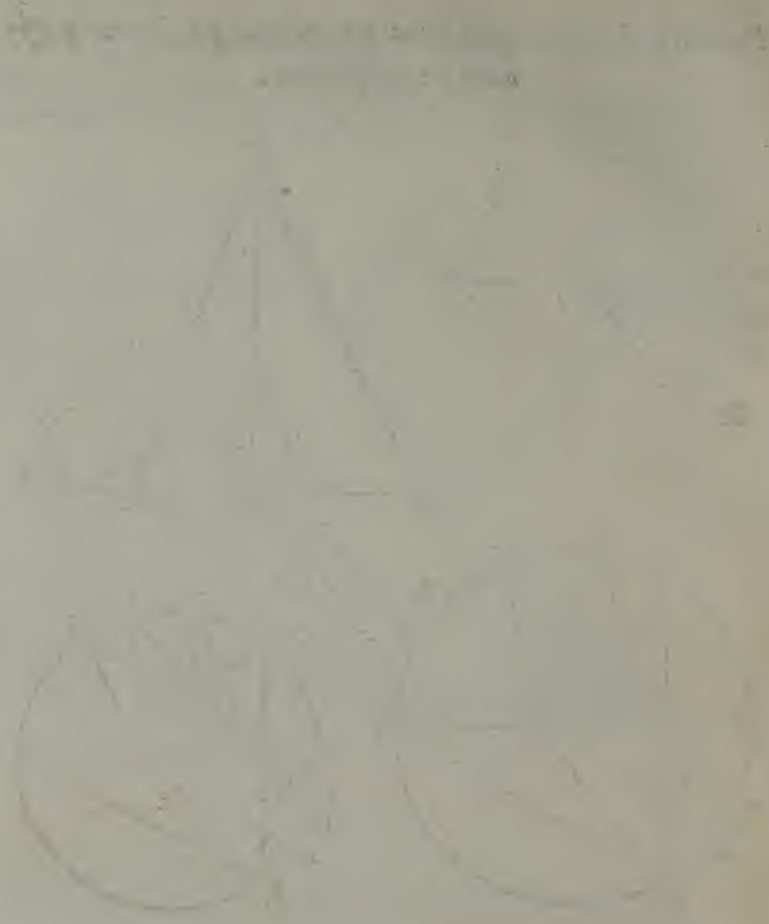
nium,
ntur.
otiore
tom-

in que
Cum
parte
nium,

enti-
ctam
culo-

Oportet autem eam magnitudine datam non esse ma-
iorem maxima rectarum linearum, quæ ad ipsum angulum
G 2 per-

50
ferent
propri



tiam l
tur G
Co Le. 6. Erit ig
16. Sexi AE ac
maior.
7. Terij. tor. S
AS. S
est qua
7. Terij. maior
AQ, &
AS. S

21. Quin. ma eri
Co Le. 7. In se

7. Terij. motior est quam AN, argumentor hoc modo. Sed AE minor *est
quam AN, ergo & AQ minor erit quam AS. Sed quoniam re-
Lem. 6. ctangulum ANQ æquale *est quadrato AI, vel quadrato AM, &
AN minor quam AM, ergo ipsa AN multo minor erit quam AQ,
& multo

LIBER SECVNDVS.

51

& multo minor quàm AS , ostensa est enim AS maior quam AQ . Quatuor igitur proportionalium $AE AN AQ AS$ minima erit AE , maxima AS , unde SE * maior erit quam QN . Atque hoc idem demonstrauius & supra. *as Quin. vel le. 7. Lem. 6.*

Denique in vtroque casu quoniam est vt AG ad AC ita * NP ad PQ , & ita EB ad BS , erit NP ad PQ vt EB ad BS , & existente B inter ES erit conuertendo & componendo, existente vero E inter BS erit conuertendo & diuidendo, at existente S inter EB , erit per conuersionem rationis & conuertendo, vt QN ad NP ita SE ad EB , sed minor est QN quàm SE vt demonstrauius, ergo & NP quàm BB minor erit. Propinquior igitur minima minor est remotiore, quod postremo loco erat demonstrandum.

COROLLARIUM I.

Manifestum est igitur AK maximam esse omnium, quæ inter circumferentias $KM AO$ interijciuntur. Ostensum est enim propinquiorem ipsi MO remotiore ex eadem parte minorem esse, sed AK remotissima est omnium, ergo & maxima.

COROLLARIUM II.

Similiter manifestum est FC maximam esse omnium quæ inter circumferentias $MF OC$ interijciuntur. Cum enim propinquier ipsi MO remotiore ex eadem parte ostensa sit minor, ipsa FC quæ remotissima est omnium, omnium maxima erit.

PROBLEMA.

Datis duobus semicirculis in directum bases habentibus. Inter eorum circumferentias ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad vnius semicirculorum angulum pertingat.

Oportet autem eam magnitudine datam non esse maiorem maxima rectarum linearum, quæ ad ipsum angulum

G 2 per-

pertingentes inter circumferentias interijciuntur, neque minorem minima. Quæ autem sit maxima, quæve minima, iam est demonstratum.

Lem. 15.

16

17

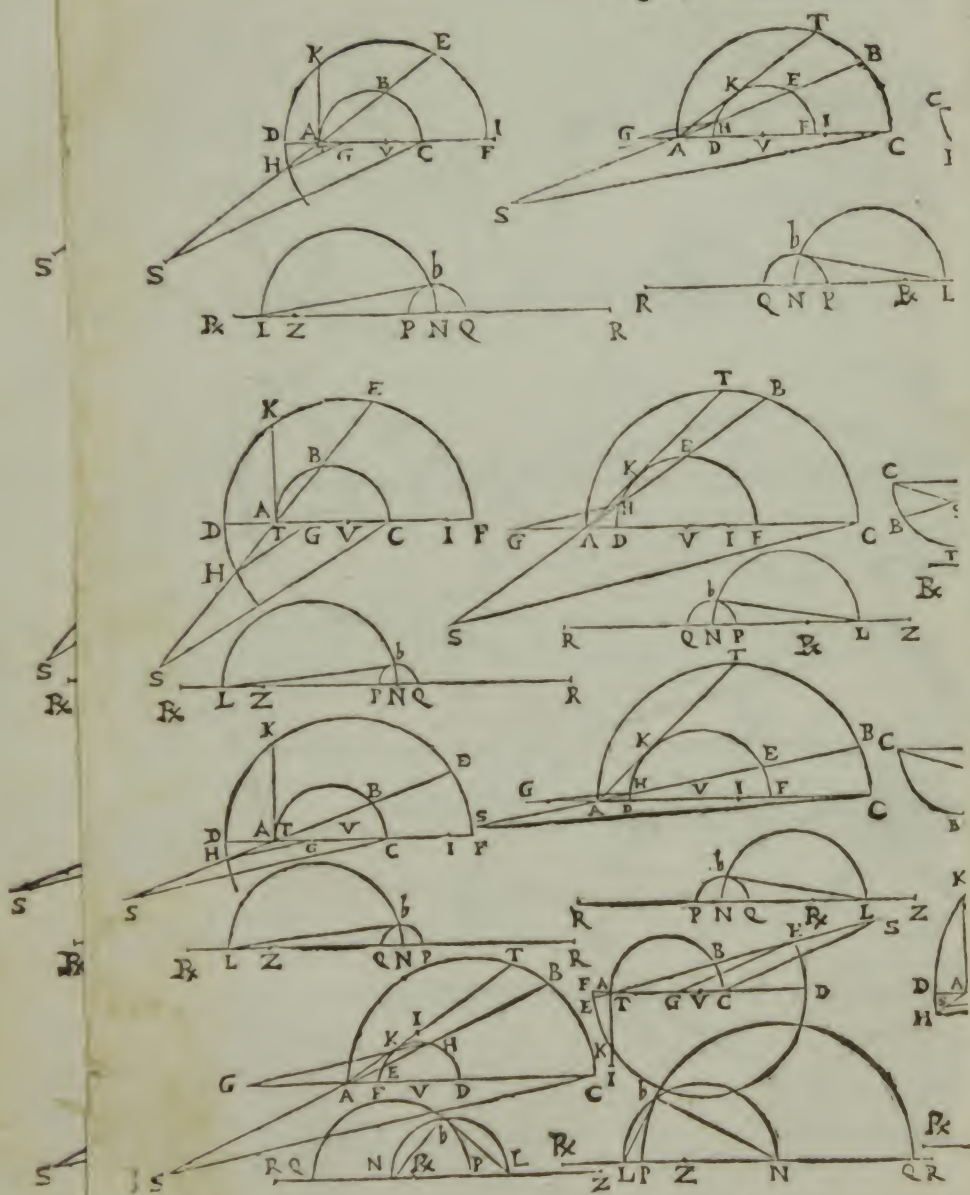
Lem. 20

Sint dati duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes AC DF, data autem recta Linea Z R, & ducatur AK contingens semicirculum DEF in K, si punctum A sit extra basim semicirculi DF, si vero sit in ipsa base ducatur AK perpendicularis in DF secans circumferentiam DEF in K. Oportet inter circumferentias ABC KF ponere rectam Lineam æqualem Z R datæ, ita ut ad punctum A pertingat. Oportebit autem ipsam Z R non esse maiorem maxima rectarum, quæ ad punctum A pertingentes inter circumferentias ABC KF interijciuntur, neque minorem minimam.

Primum existant semicirculi, vel ex opposito, vel alter in altero inclusus, neuter vero alterum tangat, aut secet etiam si compleantur. Et sit, ubi alter includitur, FC maior quàm AD. In oppositis vero, existente puncto A in base DF, sit minor, existente enim extra, sit quomodocunque. Producat AK ad circumferentiam ABC in T. Si igitur Z R data sit æqualis maximæ, factum iam erit quod proponebatur, etenim maxima est ea, quæ maior est rectarum KT FC. Si vero Z R sit æqualis minimæ, minimaque sit ea quæ minor est ipsarum KT FC, idem factum erit quod proponebatur. Sin ipsarum minor non sit minima, inuenta minima, problemati satisfiet. Quomodo autem invenienda sit minima vide Lemmata 16. & 20. Sed si Z R minor sit maxima maior autem minima ponatur ex centro Circuli DEF, quod sit V, recta VG æqualis ipsi VC, & Z R secetur bifariam in L, & fiat ut AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AI. Similiter ut AG ad AC ita fiat LZ ad ZN. Et existente puncto A extra basim semicirculi DF, fiat LN differentia rectarum LZ ZN, existente vero in ipsa base, fiat LN earundem aggregatum. In ipsa autem LN describatur semicirculus, in quo accommodetur recta LB æqualis AI, est enim AI minor quàm LN ut sequenti Lemmate demonstrabimus, & iungatur Nb, & centro N intervallo Nb describatur circulus, quem LN producta secet in punctis PQ, & a puncto A ad circumferentiam KF ducatur AE ipsi LP differentia vel aggregato rectarum LN Nb æqualis. Quo autem casu LP fiat differentia, quove aggregatum, post sequens Lemma præcepta ponemus, & inde ijs quæ sequuntur Lemmatibus demonstrabimus eam rectam posse duci. Producta denique ubi opus exigit AE ad circumferentiam ABC in B, facta erit problematis constructio. Secet enim BA etiam producta semicirculum DEF, aut circulum completum in N, & conectatur GH, cui parallela ducatur CS secans

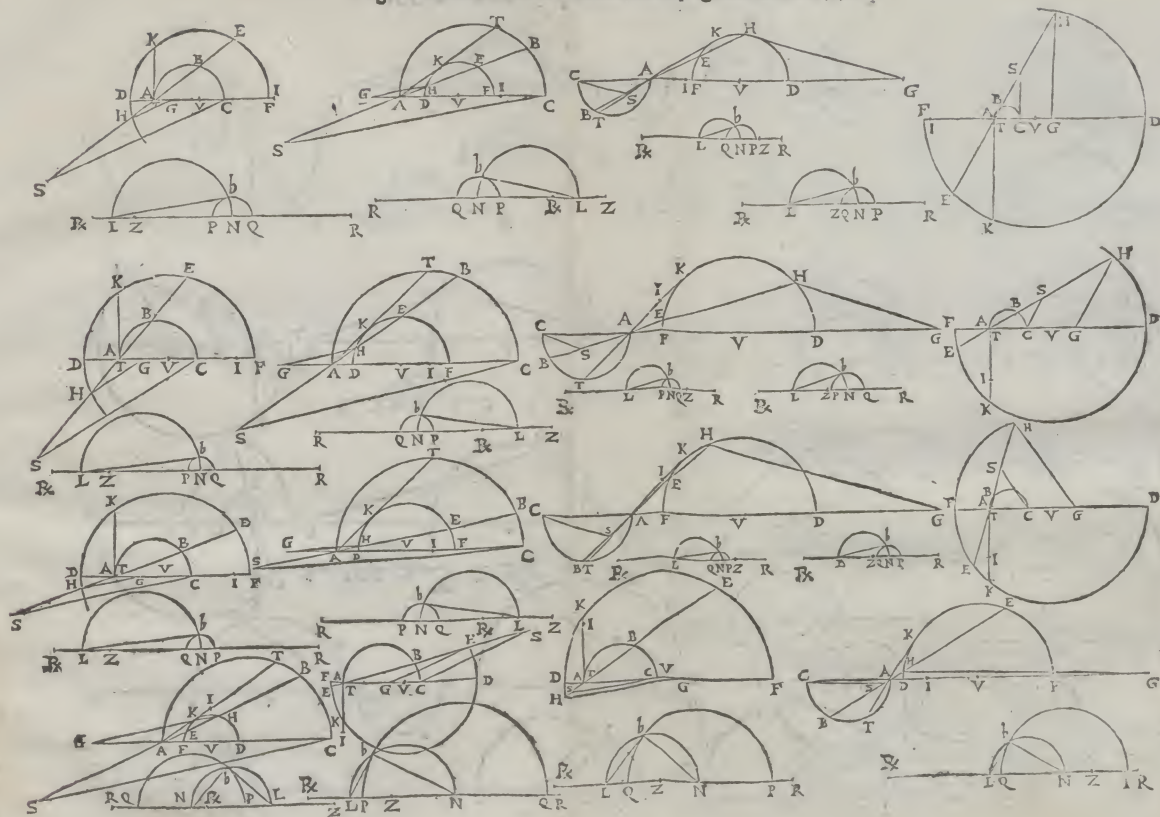
Lem. 3.

Figura Problematis collect.



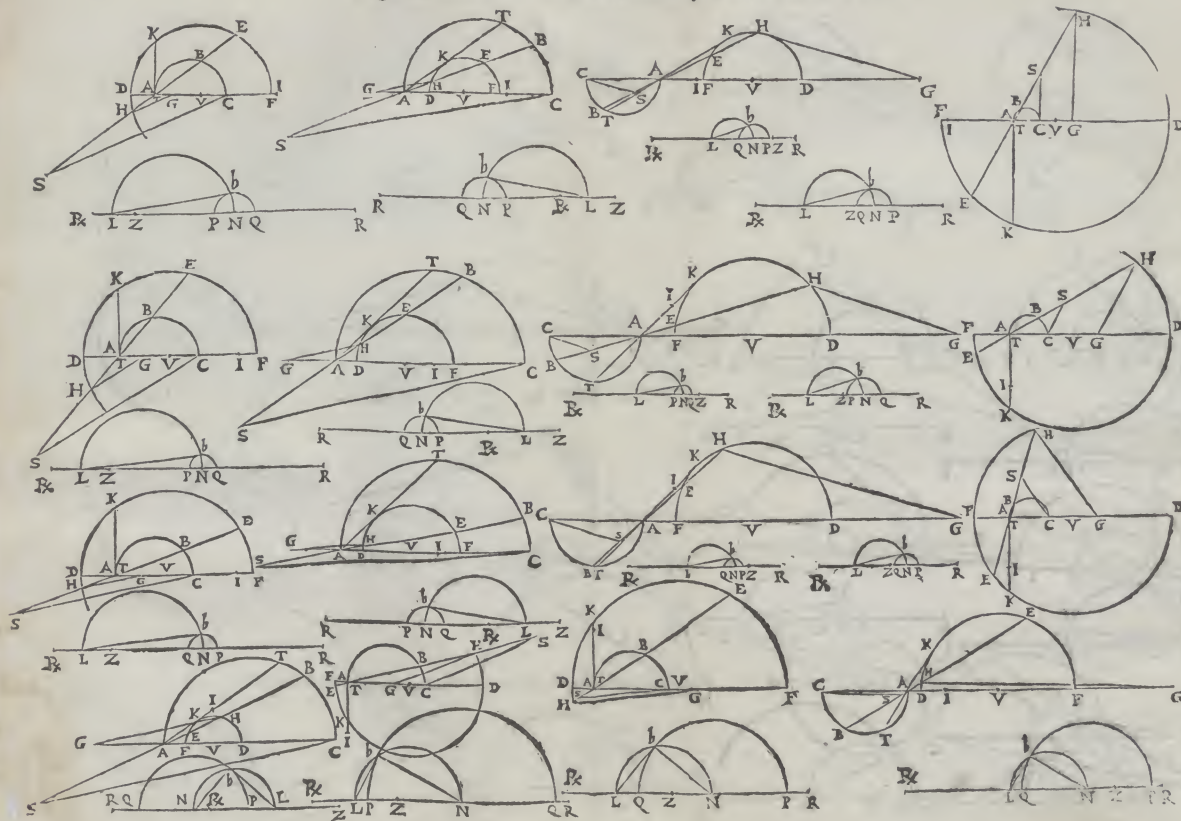
LIBER SECVNDVS:

Figura Problematis collocanda inter paginas 52. & 53.



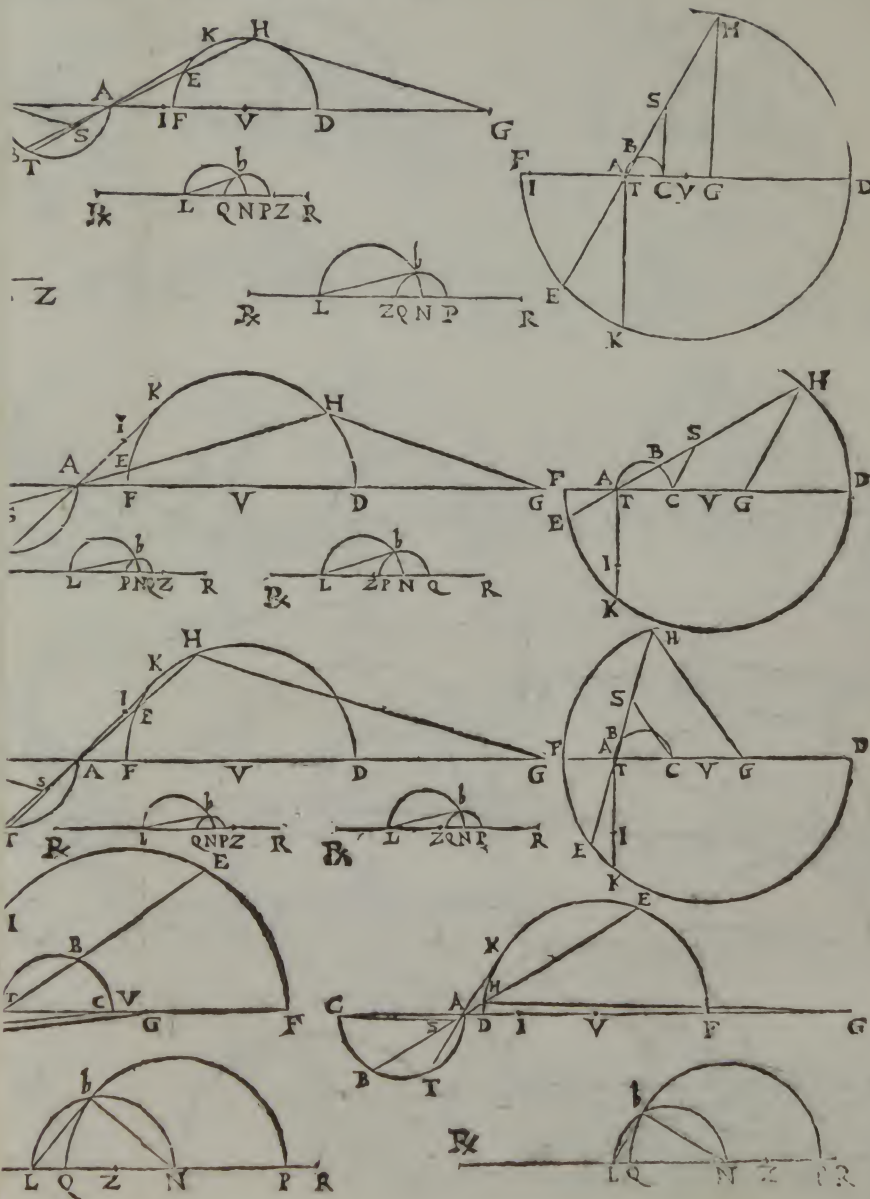
APOLLONII REDIVIVI

Figura Problematis collocanda inter paginas 52. & 53.

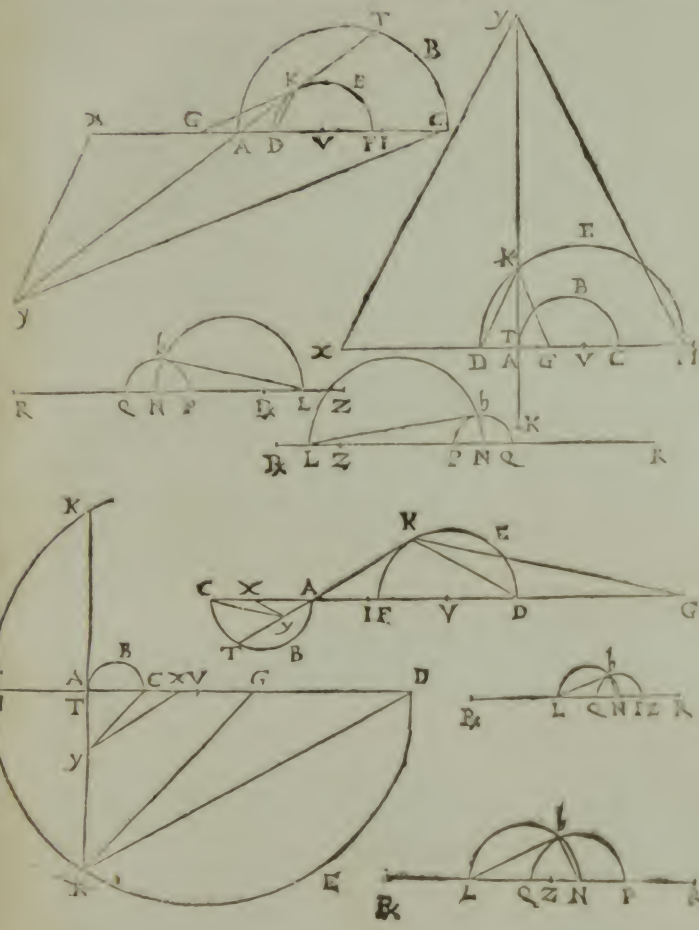


II REDIVIVI

anda inter paginas 52. & 53.



Collocanda sunt haec figurae sub linea 22. pagina 53. ita ut eandem paginam
responderent, & Lemmata XX. seruiant.



diuidendoque, & iterum conuertendo, at existente X inter FC, erit
per conuersionem rationis, vt FC ad FX ita LZ ad LN, & ita quo
que Z & ad LR, dupla videlicet ad duplam sed FC minor est
quam Z &, ponitur enim FC minima, Z & vero maior minima, er-
go & FX quam LR minor erit, sed FX non est mino: quam AI
dupla,

Nim R.
ue NQ
tionem

is enim
le* erit *56. Tertij*
ato AI *Lem. 5.*
ed EA *& Le. 6.*
Q, hoc
ota ES

onstru-
d ZN, *Lem. 5.*
compo-
ndo, at
berten-
st enim
prima
aqua-
ta linea
erat fa-

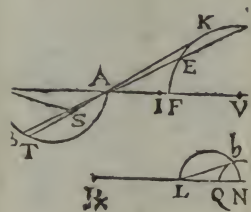
ic de-

secan-
R, &
reum-
angu-
A AI *Lem. 5.*
o, hoc *& Le. 6.*

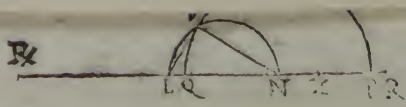
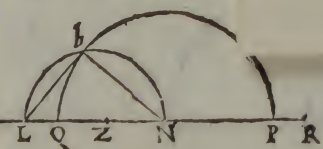
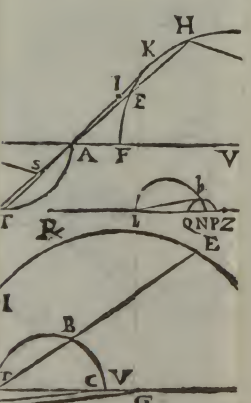
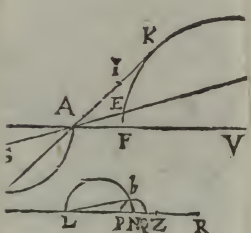
tionem,
N, &
ndo &
tendo

11 R E D

anda inter pagina



Z



ra
lu
N
ag
E
L
bi
qua
hoc
ag
et
not
P
ctom
& ex
nend
exile
do, ut
eadem
ollet
hs er
EB
ciend

A
ho
co Al
fic po
terent
lum F
AX. V
et F
Ergo
& ita
exiten
rurion
diunde
per co
que Z
quany
go &

catu EA , vel ei continuatae occurrens in S , & duplicetur LN in R . Quoniam igitur aequales sunt LN NR , & aequales quoque NQ NP , erunt per aequalium aequalibus additionem, vel subtractionem aequales & LQ RP .

Et quoniam LG tangit circulum PbQ in b , angulus enim LbN in semicirculo rectus est, rectangulum PLQ aequale* erit ^{56. Tertij} quadrato Lb , sed & rectangulum EAS aequatur* quadrato AI ^{Lem. 5.} hoc est Lb , ergo aequalia erunt rectangula EAS PLQ , sed EA ^{Le. 6.} aequalis est LP ex constructione, ergo & AS aequalis erit LQ , hoc est ipsi PR , ostense sunt enim aequales LQ PR . Quare tota ES toti LR aequalis erit.

Postremo quoniam est ut AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita* quoque EB ad BS , erit EB ad BS ut LZ ad ZN , ^{Lem. 5.} & existente puncto B inter puncta SE erit conuertendo & componendo, existente vero E inter SB , erit conuertendo & diuidendo, at existente S inter EB , erit per conuersionem rationis, & conuertendo, ut SE ad EB , ita NL ad LZ , hoc est ita LR ad $Z\Re$, est enim eadem ratio dupli ad duplum quae sempli ad simplum, sed SE prima ostensa est aequalis LR tertiae, ergo & EB secunda quarta $Z\Re$ aequalis erit. Posita est igitur inter circumferentias $ABCKF$ recta linea EB aequalis $Z\Re$ datae, eaque ad punctum A pertingit, quod erat faciendum.

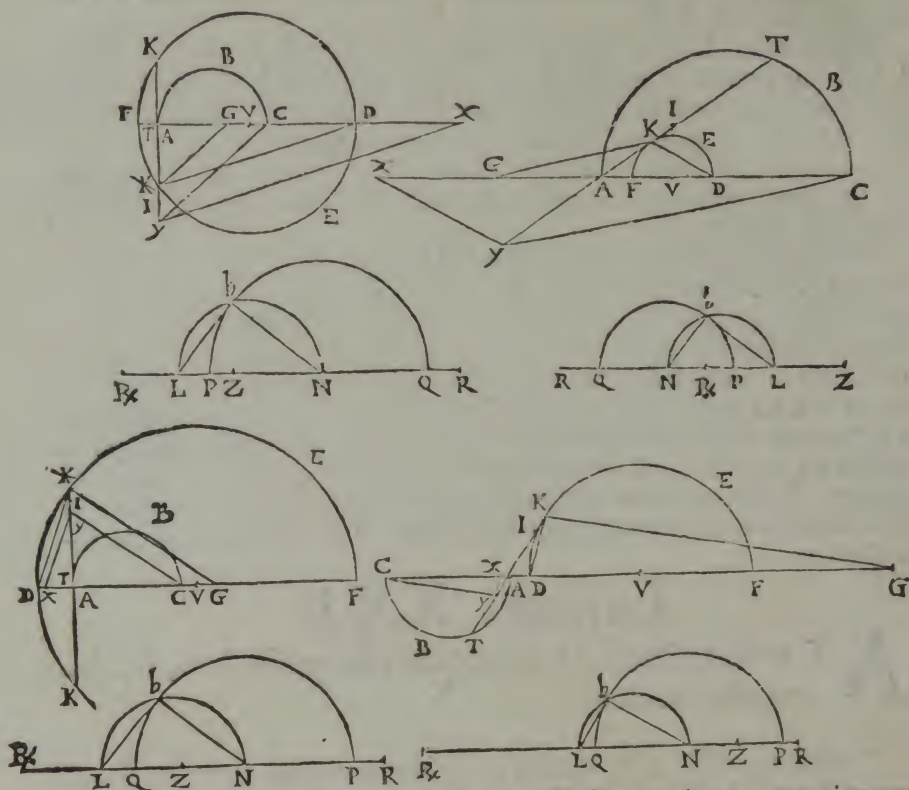
Lemma XXI.

AT vero rectam AI minorem esse quam LN , sic demonstrabimus.

Iungantur GK KD , quibus parallelae ducantur CY YX secantes AK FA continuatas in punctis YX , & duplicetur LN in R , & sit primum FC minima omnium, quae per A ductae inter circumferentias semicirculorum intersejciuntur. Quoniam igitur rectangulum FA AX aequale* est quadrato AI , erunt proportionales FA AI ^{Lem. 5.} AX . Vnde composita ex extremis non erit minor media duplo, hoc ^{Le. 6.} est FX non erit minor quam AI dupla.

Et quoniam est ut AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita quoque FC ad CX , erit FC ad CX ut LZ ad ZN , & existente puncto C inter FX , erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo, existente vero F inter XC , erit conuertendo diuidendoque, & iterum conuertendo, at existente X inter FC , erit per conuersionem rationis, ut FC ad FX ita LZ ad LN , & ita quoque $Z\Re$ ad LR , dupla videlicet ad duplam sed FC minor est quam $Z\Re$, ponitur enim FC minima, $Z\Re$ vero maior minima, ergo & FX quam LR minor erit, sed FX non est minor quam AI dupla,

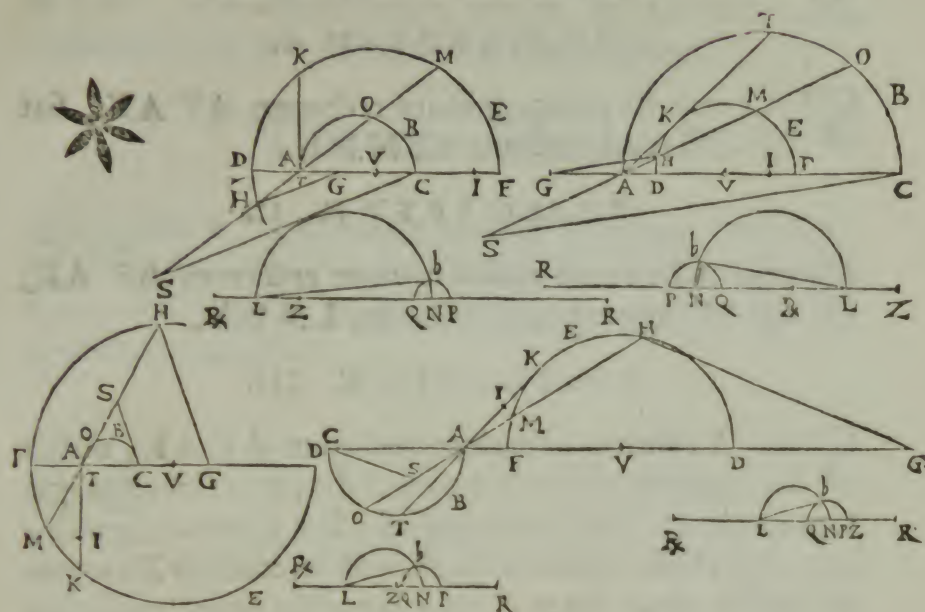
dupla, vt demonstrauius, ergo & A I dupla minor erit quam L R, & per consequens A I simpla minor quam L N, quæ est dimidia ipsius L R.



Deinde fit K T omnium minima. Eadem ratione, quoniam re-
Le. 5. et 6 ctangulum Y A K æquatur* quadrato A I, erunt proportionales*
17. Sexi. Y A A I A K, quare Y K composita ex extremis non erit minor
 quam A I dupla.

Le. 3. et 6 Et quoniam est vt A G ad A C ita* K T ad T Y, & ita quoque
 L Z ad Z N ex constructione, erit K T ad T Y vt L Z ad Z N, &
 existente Z inter L N, erit conuertendo & componendo ac etiam
 conuertendo, existente vero L inter Z N, erit conuertendo & diui-
 dendo & rursus conuertendo, at existente N inter L Z, erit per con-
 uersionem rationis vt K T ad Y K ita L Z ad L N, hoc est ita Z R
 ad L R, dupla videlicet ad duplam. Sed K T, cum sit minima, mi-
 nor est quam Z R, ponitur enim Z R maior minima, Ergo & Y K
 minor erit quam L R. sed Y K ostensa est non minor quam A I du-
 pla, ergo & A I dupla minor erit quam L R, & per consequens A I
 simpla minor quam L N, dimidia videlicet ipsius L R.

Denique



Denique neutra rectarum $KTFC$ sit minima, sed alia quædam, ut pote MO , quæ producta secet semicirculum DEF , aut circulum completum in H , & iungatur GH , cui parallela ducatur CS occurrens MA continuata in S . Rectangulum igitur MAS æquale* *Le. 5. 16* erit quadrato AI , & idèd proportionales erunt $MA AI AS$, quare MS composita ex extremis non erit minor quàm AI dupla.

Et quoniam est ut AG ad AC ita* MO ad OS , & ita quoque *Le. 5. 16* LZ ad ZN ex constructione, erit MO ad OS ut LZ ad ZN , & existente O inter MS , erit conuertendo componendoque, & rursus conuertendo, existente vero M inter OS , erit conuertendo, & diuidendo, ac rursus conuertendo, at existente S inter MO , erit per conuersionem rationis, ut MO ad MS ita LZ ad LN , idest ita ZR ad LR , dupla videlicet ad duplam. Sed MO , cum sit minima, minor est quàm ZR , ergo & MS minor erit quàm LR , sed ostensa est MS non minor quàm AI dupla, ergo & ipsa AI dupla minor erit quàm LR , & consequenter AI simpla minor quàm LN , hoc est quàm dimidia ipsius LR . Quocunque igitur casu recta AI minor est quàm LN , quod erat demonstrandum.

Quo autem casu LP fiat differentia rectarum $LN Nb$, quoue aggregatum, ratio his constat præceptis.

PRAE-

P R A E C E P T V M I.

SI AI non sit minor maiore rectarum AF AK, fiat LP differentia rectarum LN Nb.

P R A E C E P T V M II.

SI vero AI non sit maior minore rectarum AF AK, fiat LP aggregatum rectarum LN Nb.

P R A E C E P T V M III.

Sed si AI minor sit maiore rectarum AF AK, maior autem minore, fiat LP siue differentia, siue aggregatum rectarum LN Nb, dummodo Z^{\times} data neutra rectarum KT FC sit maior. Atque hoc casu recta ipsi Z^{\times} æqualis potest aptari inter circumferentias semicirculorum ex vtraque parte minimæ, & ideo duobus modis Problema absolui. Nam si LP fiat differentia, aptabitur ea recta inter circumferentias semicirculorum quæ minima, & ea quæ minor est rectarum AF AK etiam producta terminantur. Si vero LP fiat aggregatum, aptabitur ea recta inter circumferentias semicirculorum, quæ minima & ea quæ maior est rectarum AF AK etiam producta terminantur.

P R A E C E P T V M IIII.

SI autem Z^{\times} data maior sit minore rectarum KT FC, recta, ipsi Z^{\times} æqualis, poterit aptari inter circumferentias semicirculorum ex vna tantam parte minimæ, id est inter circumferentias quæ minima, & maxima, intercipiuntur. Ergo si alterutra rectarum AF AK, ea scilicet quæ contermina est maximæ, hoc est maiori rectarum
 KT FC

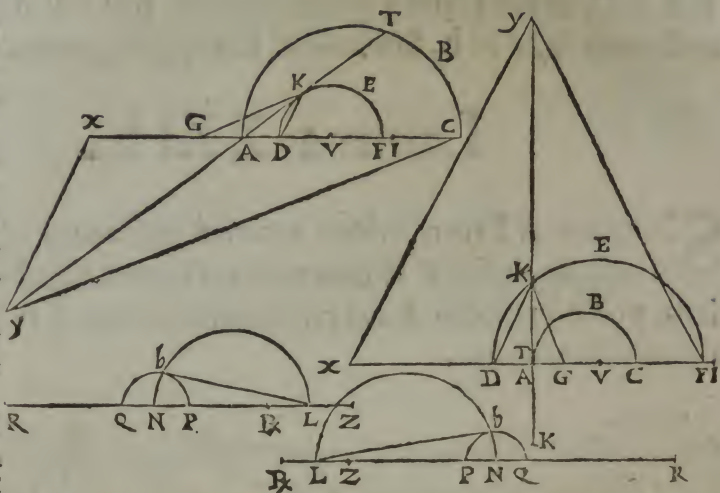
uertendo
vt ZN ad
LZ ita CX
ad FC, &
existente
puncto L
inter pun-
cta ZN,
erit diui-
dēdo, exi-
stente ve-
ro Z inter
LN, erit
cōponen-
do vt LN
ad LZ ita
FX ad FC

& rursus conuertendo vt LZ ad LN, hoc est, vt Z \mathcal{R} ad LR. (Est enim eadem ratio dupli ad duplum, quæ simpli ad simplum) ita erit FC ad FX, sed Z \mathcal{R} ostensa est maior quam FC, ergo & LR quam FX maior erit.

Et quoniam rectangulum LPR ostensum est æquale quadrato
Le. 5. et 6 L b hoc est quadrato AI, cui quoque æquale * est & rectangulum
16. Sexti. FAX, æqualia erunt rectangula LPR FAX, & idēd * proportio-
Lem. 9. nales LP FAX PR, sed LR composita ex extremis ostensa est
maior quā FX composita ex medijs, ergo * altera extremarum LP
PR minima erit, sed LP minor est quā PR, sunt enim æquales
LN NR ex constructione, Ergo ipsa LP minima erit, & per con-
sequens minor quā AF.

Vt autem reliqua demonstrationis pars vtrique figuræ conueniat,
transferatur (in semicirculis in quibus punctum A existit in base
DF) recta AK ad contrarias partes, ita vt YK sit composita ex
AY & AK. Quoniam igitur est vt AG ad AC ita LZ ad ZN
Le. 5. et 6 ex constructione, & ita * KT ad TY erit KT ad TY vt LZ ad
ZN, & conuertendo vt TY ad KT ita ZN ad LZ, & existente
puncto L inter ZN, erit diuidendo, existente vero Z inter LN,
erit componendo vt YK ad KT ita LN ad LZ, id est ita LR ad
Z \mathcal{R} , dupla videlicet ad duplam, & rursus conuertendo vt KT ad
YK ita erit Z \mathcal{R} ad LR, sed KT ostensa est maior quā Z \mathcal{R} , Er-
go & YK quā LR maior erit.

Le. 5. et 6 Et quoniam rectangulum YAK æquale * est quadrato AI, pro-
portionales erunt AK AI AY, sed AK minor est quā AI, po-
nitur enim AI non minor maiore rectarum AF AK, hoc est non
minor quā AF, Ergo & AI minor erit quā AY, & per con-
sequens

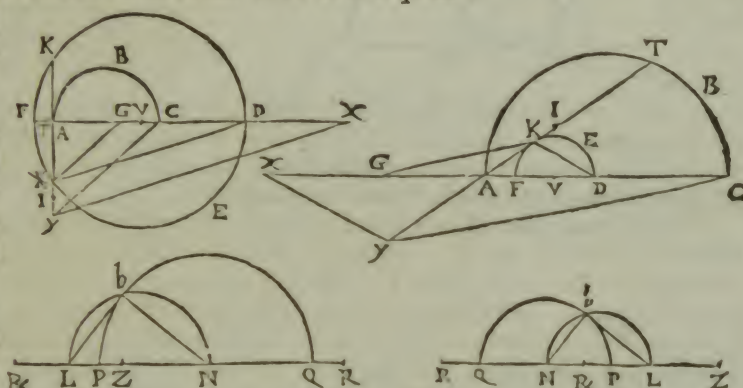


sequens AK multo minor.

Et quoniam rectangulum LPR ostensum est æquale quadrato Lb, hoc est quadrato AI, cui quoque æquale*est & rectangulum YAK erunt rectangula YAK LPR æqualia, & ideo*proportio-
Le. 5. et 6
16. Sexii.
 nales YA LP PR AK. Sed YK composita ex extremis ostensa est maior quàm LR composita ex medijs, ergo altera extremarum YA AK erit*maxima, altera minima, sed AK non est maxima, quia ostensa est minor quàm AY, ergo minima erit, & ideo LP quàm AK maior. Cum itaque LP maior sit quàm AK, & minor quàm AF, poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipsi LP differentie rectarum LN Nb æqualis.

Sed

sit AK maior quàm AF, ergo AI non erit minor quàm AK, ponitur enim AI nō minor



maiore ipsarum AF AK, quare FC maior*erit quam KT, ac proinde maxima*omnium, quæ ad punctum A pertinentes inter circumferentias KF ABC interijciuntur, minima vero KT, unde ZR data minor erit quam FC, maior autem quàm KT.

Quoniam igitur est, vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita*quoque FC ad CX, erit FC ad CX vt LZ ad ZN & conuertendo vt CX ad FC ita ZN ad LZ, & existente F inter CX erit diuidendo, existente vero C inter FX, erit componendo vt FX ad FC ita LN ad LZ, & ita LR ad ZR, dupla videlicet ad duplam, & rursus conuertendo vt FC ad FX ita erit ZR ad LR, sed FC maior est quàm ZR, vt demonstrauius, ergo & FX quàm LR maior erit.

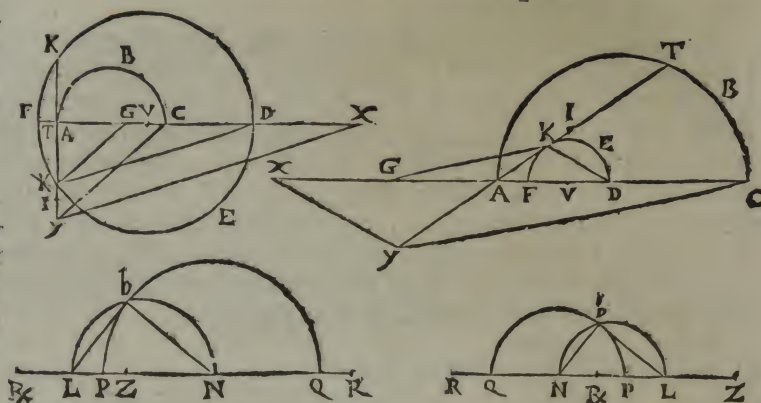
Et quoniam rectangulum FAX æquale*est quadrato AI, proportionales erunt FA AI AX, sed FA minor est quàm AI, ponitur enim AI non minor maiore rectarum AF AK, hoc est nō minor quàm AK, ergo & AI minor erit quàm AX, atque adeo FA multo minor.

Et quoniam rectangulum LPR ostensum est æquale quadrato Lb, hoc est quadrato AI, cui quoque æquatur* & rectangulum

H 2 FAX

FA X,
erūt æ-
qualia
rectan-
gula
FA X
L P R,
& ideo
propor-
tiona-

16. *Sexti.* Les*FA
L P R
A X,
sed FX



composita ex extremis ostensa est maior quàm LR composita ex medijs, ergo altera extremarum FA AX erit maxima, altera minima, sed FA non est maxima, quia ostensa est minor quàm AX, ergo minima erit, & ideo LP maior quàm AF.

16. *Sexti.* Aequè quoniam est ut AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita KT ad TY, erit LZ ad ZN ut KT ad TY, & conuertendo ut ZN ad LZ ita TY ad KT, & existente L inter ZN, erit diuidendo, existente vero Z inter LN, erit componendo, ut LN ad LZ, hoc est ut LR ad ZR, dupla videlicet ad duplam, ita YK ad KT, & rursus conuertendo ut ZR ad LR ita erit KT ad YK, sed ZR ostensa est maior quàm KT, ergo & LR maior erit quàm YK.

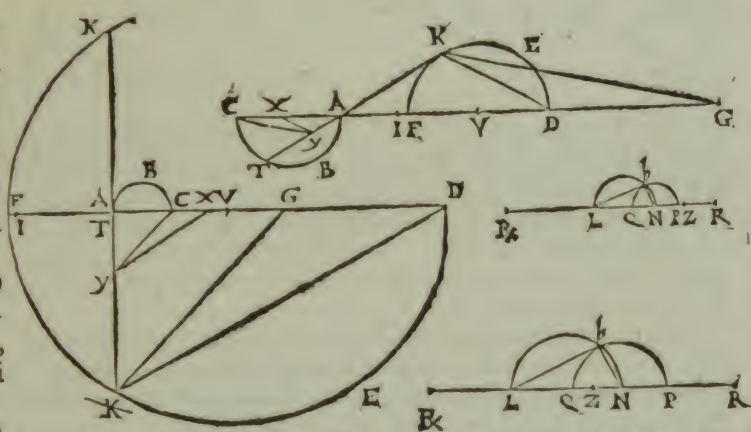
16. *Sexti.* Et quoniam rectangulum LPR ostensum est æquale quadrato Lb, hoc est AI, cui æquale* est & rectangulum YAK, erunt æqualia rectangula LPR YAK, & ideo proportionales* LP YA AK PR, sed LR composita ex extremis ostensa est maior quàm YK composita ex medijs, ergo altera extremarum LP PR minima* erit, altera maxima, sed LP non est maxima, est enim minor quàm PR hoc est quàm LQ, ergo minima erit, & ideo minor quàm AK. Cum igitur LP minor sit quàm AK, & maior quàm AF, ut demonstrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipsi LP differentie rectarum LN Nb æqualis, quod erat ostendendum.

Lem-

Lemma XXIII.

Sed sit AI non maior minore rectarum AF AK. Rectam ipsi LP, aggregato rectarum LN Nb aequallem, posse à puncto A ad circumferentiam KF duci, ita fit manifestum.

Iūgan-
 tur KG
 KD, eis
 que pa-
 rallelae
 ducan-
 tur CY
 Y X se-
 cantes
 KI CD
 in pun-
 ctis YX,
 & dupli-
 cetur
 LN in



R. Ergo æquales erunt LQ RP, ab æqualibus enim LN NR ablatæ sunt æquales NQ NP, quare rectangulum PLQ, æquale erit rectangulo LPR, sed rectangulum PLQ æquale est quadrato Lb, recta enim Lb tangit circulum PbQ in b, quia rectus est angulus LbN in semicirculo, ergo & rectangulum LPR æquale erit quadrato Lb.

Sit primum AF minor quàm AK , ergo cum sit AI non maior quàm AF , (ea enim ponitur nõ maior minore rectarum AF AK) erit KT * maior quàm FC , unde ipsa KT * maxima erit omnium ductarum per A , quæ inter circumferentias KF ABC interijciuntur, minima vero FC . Itaque Zy data minor erit quàm KT , & maior quàm FC .

Quoniam igitur est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita FC * ad CX, erit LZ ad ZN vt FC ad CX, & existente puncto N inter LZ, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo componendoque & rursus conuertendo, vt LZ ad LN ita FC ad FX, hoc est vt Zg ad LR ita FC ad FX, est enim eadem ratio dupli ad duplum quæ simpli ad simplum, sed Zg ostensa est

est ma-
ior quā
FC, er-
go &
LR quā
FX ma-
ior erit.

Et qm̄
rectan-
gulum
LPR o-
stēsum
est æ-
quale
quadra

to Lb, hoc est quadrato AI, cui quoque æquale est & rectangulum FAX, æqualia erunt rectangula LPR FAX, & ob id proportionales LP FA AX PR, sed LR composita ex extremis ostēsa est maior quā FX composita ex medijs, ergo altera extremarum LP PR maxima*erit, altera minima, sed LP non est minima, est enim maior quā PR quia æquales sunt LN NR, ergo ipsa LP maxima erit, & ideo maior quā AF.

Lem. 9.

Iam transferatur, in semicirculis in quibus punctum A existit in base DF, recta AK ad contrarias partes quemadmodum in præcedenti Lemmate factum est, vt vna eademque demonstratio vtrique figuræ conueniat. Quonia m̄ igitur vt AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione, & ita*KT ad TY, erit KT ad TY vt LZ ad ZN, & existente N inter LZ, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo æ rursus conuertendo vt KT ad KY ita LZ ad LN, hoc est ita Z & ad LR, dupla videlicet ad duplam, sed KT ostēsa est maior quā Z &, ergo & KY maior erit quā LR.

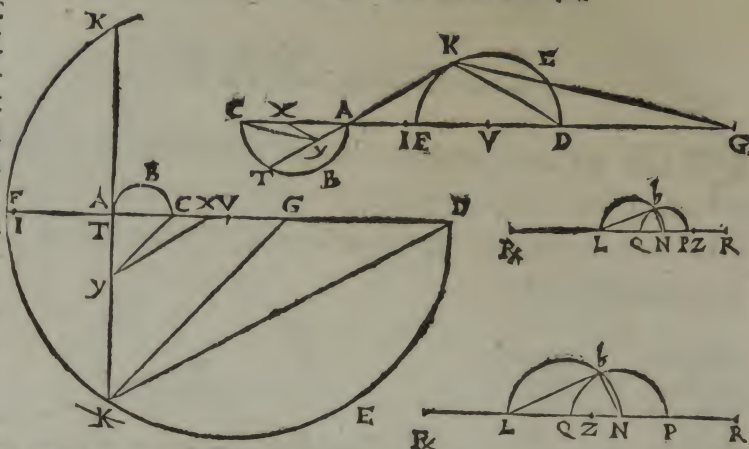
Le. 5. et 6

Et quoniam rectangulum YAK æquale* est quadrato AI, proportionales erunt AK AI AY, sed AK maior est quā AI, ponitur enim AI non maior minore rectarum AF AK, hoc est non maior quā AF, ergo & AI maior erit quā AY, & consequenter AK multo maior.

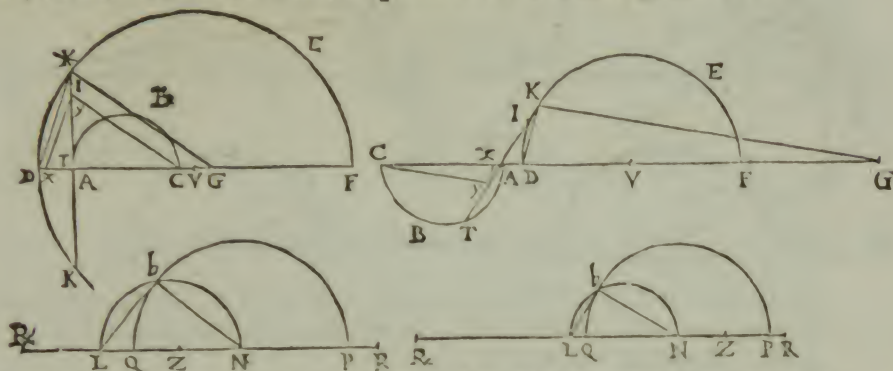
Le. 5. et 6

Et quoniam rectangulum LPR ostēsum est æquale quadrato Lb, hoc est quadrato AI, cui quoque æquatur* & rectangulum YAK, æqualia erunt rectangula YAK LPR, ac proinde proportionales YA LP PR AK, sed YK composita ex extremis maior est quā LR composita ex medijs vt demonstrauimus, ergo altera extremarum YA AK maxima*erit, altera minima, sed AK non est minima, quia ostēsa est maior quā AY, ergo maxima erit, vnde

Lem. 9.



de LP minor quam AK. Pòterit igitur à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipsi LP aggregato rectarum LN Nb aequalis, ostensa est enim LP maior quam AF, & minor quam AK.

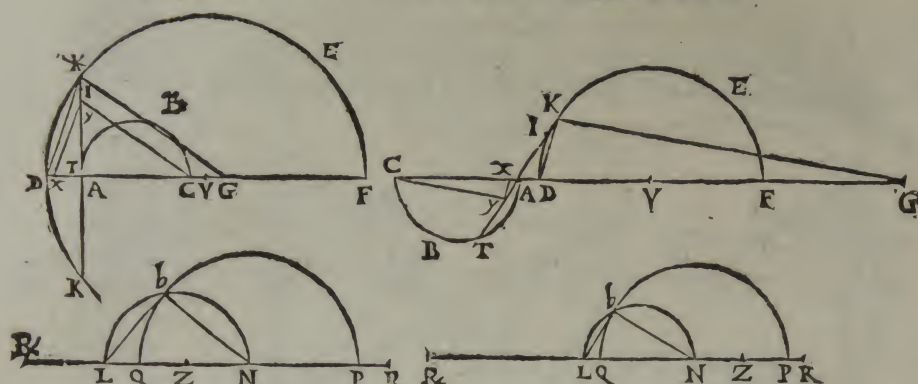


Deinde sit AK minor quam AF. Ergo AI non erit maior quam AK, ponitur enim AI non maior minore rectarum AF AK, quare FC maior *erit quam KT, & ideo maxima *omnium quæ per A ducuntur, & inter circumferentias KF ABC interijciuntur, minima vero KT, unde Z & data minor erit quam FC, maior autem quam KT. Quoniam igitur ut AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione, & ita FC *ad CX, erit FC ad CX sicut LZ ad ZN, & existente N inter LZ, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo ut FC ad FX ita LZ ad LN, hoc est ita Z & ad LR, dupla videlicet ad duplam, sed FC ostensa est maior quam Z &, ergo & FX maior erit quam LR.

Et quoniam rectangulum FAX æquale *est quadrato AI, proportionales erunt FA AI AX, sed FA maior est quam AI, ponitur enim AI non maior minore rectarum AF AK, hoc est non maior quam AK; ergo & AI maior erit quam AX. unde FA multo maior.

Et quoniam rectangulum LPR ostensum est æquale quadrato Lb, hoc est quadrato AI, cui quoque æquale *est & rectangulum FAX, erunt æqualia rectangula FAX LPR, & ideo proportionales FA LP PR AX, sed FX composita ex extremis ostensa est maior quam LR composita ex medijs, ergo altera extremarum FA AX maxima *erit, altera minima, sed FA non est minima, quia ostensa est maior quam AX; ergo maxima erit. Unde LP minor quam AF.

Eadem ratione, quoniam est ut AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita *KT ad TY, erit LZ ad ZN sicut KT ad TY, & existente N inter LZ, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo,



uertendo, vt LZ ad LN, hoc est vt Z \mathcal{R} ad LR, dupla nempe ad
duplam, ita KT ad YK, sed Z \mathcal{R} ostensa est maior quam KT, er-
go & LR quam YK maior erit.

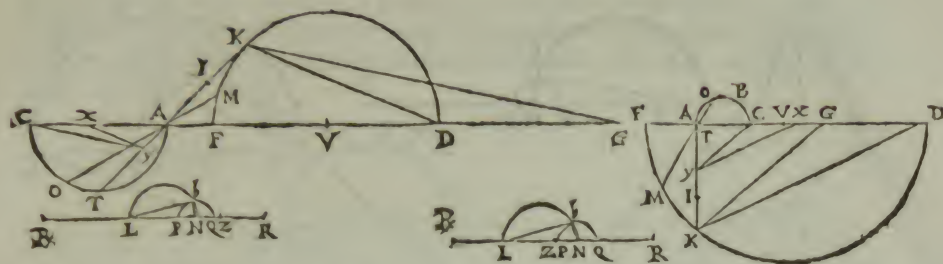
Lem. 9.

Et quoniam vtrunque rectangulorum LPR YAK æquale est
quadrato Lb, vel quadrato AI vt sæpius demonstrauiamus, erunt ea
rectangula inter se æqualia, & ideo proportionales LP YA AK
PR, sed LR composita ex extremis maior est quam YK composita
ex medijs, sic demonstrauiamus, ergo altera extremarum LP PR ma-
xima* erit, altera minima, sed LP non est minima, quia maior est
quam PR, sunt enim æquales LN NR, ergo maxima erit, atque
adeo maior quam AK. Cum igitur LP maior sit quam AK, &
minor quam AF, vt demonstrauiamus, poterit à puncto A ad cir-
cumferentiam KF duci recta ipsi LP aggregato rectarum LN Nb
æqualis, quod erat ostendendum.

Lemma XXIV.

DEnique sit AI minor maiore rectarum AF AK, ma-
ior autem minore. Ostendendum est igitur rectam
ipsi LP, siue differentia, siue aggregato rectarum LN
Nb æqualem, posse à puncto A ad circumferentiam KF
duci, dummodo Z \mathcal{R} data neutra rectarum KT FC sit
maior. Id autem sic fiet.

A puncto A ad circumferentiam KF ducatur AM æqualis AI
Lem. 16. secans circumferentiam ABC etiam producta in O. Erit igitur
Le. 20 MO* minima omnium, quæ per A ducuntur, & inter circumferen-
tias



tias KF ABC interijciuntur. Jungantur autem GK KD, quibus parallelæ agantur CY YX secantes AK DA continuatas in punctis YX, & duplicetur LN in R. Et primum fiat LP differentia rectarum LN Nb, ea minor *erit quam Lb, hoc est quam AM. Reliquum est igitur ut ipsa LP ostendatur non minor minore rectarum AFAK. Id autem sic demonstrabimus.

Sit primum AF minor quam AK. Quoniam igitur ut AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione & ita *FC ad CX, erit FC ad CX ut LZ ad ZN, & existente N inter LZ, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo, ut FC ad FX ita LZ ad LN, & ita quoque ZR ad LR, dupla videlicet ad duplam, sed FC maior est quam ZR, vel ei æqualis, ponitur enim ZR neutra rectarum KT FC maior, ergo & FX quam LR maior erit, vel ipsi LR æqualis.

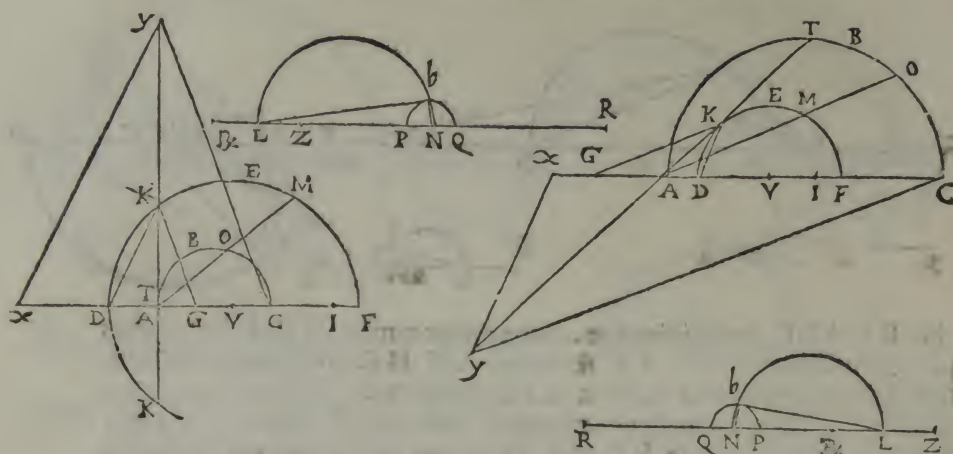
Et quoniam rectangulum FAX æquale * est quadrato AI, proportionales erunt FA AI AX, sed FA minor est quam AI, ponitur enim AI maior minore rectarum FA AK, hoc est maior quam AF, ergo & AI minor erit quam AX, unde FA multo minor.

Et quoniam LN NR, sunt æquales ex constructione. (Nam LR facta est dupla ipsius LN) & æquales quoque ex constructione NQ NP, erunt per additionem æqualium æqualibus & LQ RP æquales, & ideo rectangulum PLQ æquale rectangulo LPR, sed & quadrato Lb * æquale est, recta enim Lb tangit circulum PbQ in b, quoniam rectus est angulus LbN in semicirculo, ergo & rectangulum LPR æquale erit quadrato Lb, hoc est quadrato AI, sed eidem quadrato AI * æquatur & rectangulum FAX, ergo æqualia erunt rectangula FAX LPR, ac proinde * proportionales FA LP PR AX, sed FX composita ex extremis ostensa est vel maior quam LR composita ex medijs, vel ei æqualis, ergo si sit maior, erit altera extremarum FAX * minima, sed ostensa est FA minor quam AX, Ergo ipsa AF minima erit, unde LP quam AF maior, hoc est maior minore rectarum AFAK. Si vero FX sit æqualis LR, minor extremarum, nempe AF, minori mediarum hoc est ipsi LP * æqualis erit.

I

Sed

Lem. 11.

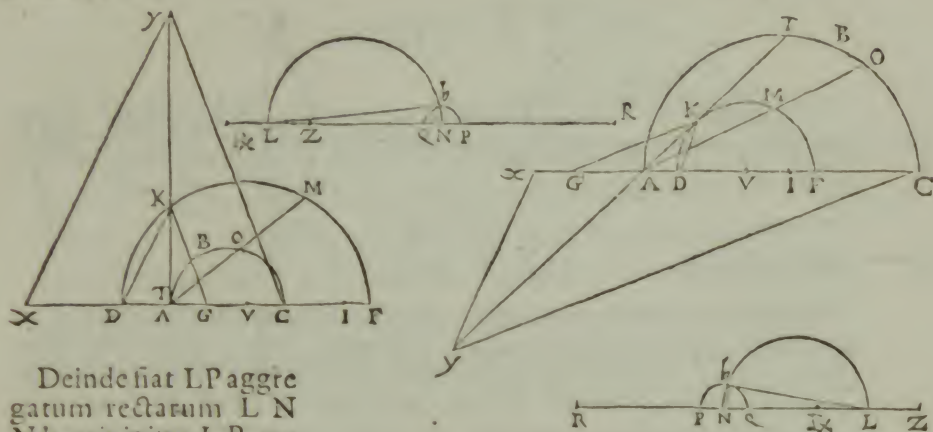


Sed sit AF maior quàm AK , & in semicirculis in quibus punctum A existit in base semicirculi DF , transponatur AK in contrarias partes, ut factum est in præcedentibus. Quoniam igitur ut AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione, & ita $*KT$ ad TY , erit KT ad TY , ut LZ ad ZN , & conuertendo ut TY ad KT , ita ZN ad LZ , & existente L inter NZ erit diuidendo existente vero Z inter LN , erit componendo ut YK ad KT ita LN ad LZ , & ita LR ad $Z\Re$, dupla videlicet ad duplam, & rursus conuertendo ut KT ad YK ita erit $Z\Re$ ad LR , sed KT vel est maior quàm $Z\Re$, vel ei æqualis, ponitur enim $Z\Re$ neutra rectarum KT FC maior, ergo & YK vel erit maior quàm LR , vel ipsi LR æqualis.

Et quoniam rectangulum YAK æquale est quadrato AI , erit ut AK ad AI , ita AI ad AY , sed AK minor est quàm AI , ponitur enim AI maior minore rectarum AF AK , hoc est maior quàm AK , ergo & AI minor erit quàm AY , & per consequens AK multo minor.

Et quoniam rectangulum LPR æquale est quadrato Lb ut demonstrauimus, hoc est quadrato AI , cui quidem quadrato æquale est & rectangulum YAK , æqualia erunt rectangula YAK LPR , & ideo proportionales YA LP PR AK , sed YK composita ex extremis YA AK vel est maior quàm LR composita ex medijs, vel ei æqualis, sic demonstrauimus, ergo si sit maior, erit altera extremarum YA AK minima, * altera maxima, sed AK non est maxima, est enim minor quàm AY ut demonstrauimus, ergo minima erit, & per consequens LP maior quàm AK , id est maior minore rectarum AF AK . Si vero YK composita ex extremis sit æqualis LR compositæ ex medijs, minor extremarum, hoc est AK , minori mediarum quæ est LP æqualis erit. Cum igitur LP differentia rectarum LN Nb ostensa sit minor quàm AM , & maior vel æqualis minori rectarum

ctarum AF AK, poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta linea ipsi LP æqualis, poterit quidem duci ad eam circumferentia KF portionem, quæ minore rectarum AF AK, & ipsa AM interceptur.



Deinde fiat LP aggregatum rectarum LN Nb, erit igitur LP, maior quàm Lb, hoc est quàm AM. Superest igitur vt ipsa LP ostendatur minor maiore rectarum AF AK vel ipsi maiori æqualis. Id autem sic fiet.

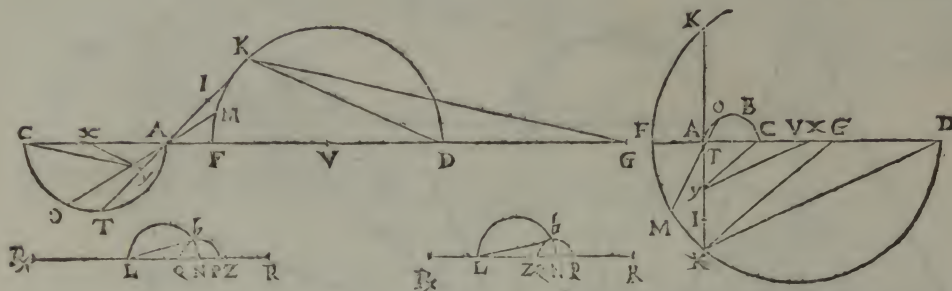
Sit primum AF maior quàm AK. Quoniam igitur vt AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione, & ita FC ad CX, erit FC ad CX, vt LZ ad ZN, & conuertendo vt CX ad FC ita ZN ad LZ, & existente puncto L inter NZ, erit diuidendo, existente vero Z inter LN, erit componendo, vt FX ad FC ita LN ad LZ, & rursus conuertendo vt FC ad FX ita erit LZ ad LN, hoc est ita ZR ad LR, dupla videlicet ad duplam, sed FC maior est quàm ZR vel ei æqualis, ponitur enim ZR neutra rectarum KT FC maior, ergo & FX quàm LR maior erit, vel ipsi LR æqualis.

Et quoniam rectangulum FAX æquale est quadrato AI, erit vt FA ad AI ita AI ad AX, sed FA maior est quàm AI, ponitur enim AI minor maiore rectarum AF AK, hoc est minor quàm AF, ergo & AI maior erit quàm AX, & ideo FA multo maior.

Et quoniam æquales sunt LN NR, & æquales quoque NQ NP, erunt & reliquæ LQ RP æquales, & ob id rectangulum LPR æquale rectangulo PLQ, hoc est quadrato Lb, vel quadrato AI, sed & rectangulum FAX æquale est quadrato AI, ergo æqualia erunt rectangula FAX LPR, ac proinde proportionales FA LP PR AX, sed FX composita ex extremis maior est, vel saltem æqualis LR composita ex medijs, vt demonstraui, ergo si sit maior, erit altera extremarum FA AX maxima, altera minima, sed FA non est minima, ostensa est enim maior quàm AX, ergo maxima

I 2 erit

erit, & consequenter LP minor quàm AF , hoc est minor maiore re-
Lem. 11 ctarum $AF AK$, si vero FX sit æqualis LR , maior extremarum
 nempe AF , maiori mediarum id est ipsi LP æqualis erit.



Sed sit AF minor quàm AK , & transferatur in semicirculis in
 quibus punctum A existit in base DF recta AK ad contrarias par-
 tes, ut prius. Quoniam igitur est ut AG ad AC ita LZ ad ZN
Lem. 5.6 ex constructione, & ita quoque KT ad TY , erit KT ad TY
 ut LZ ad ZN , & existente N inter LZ , erit per conversionem ra-
 tionis, existente vero Z inter LN , erit convertendo & componen-
 do ac rursus convertendo, ut KT ad YK ita LZ ad LN , vel ita
 ZR ad LR dupla videlicet ad duplam, sed KT , vel est maior quam
 ZR , vel ei æqualis, ponitur enim ZR non maior quam KT , ergo
 & YK vel maior erit quam LR , vel ipsi LR æqualis.

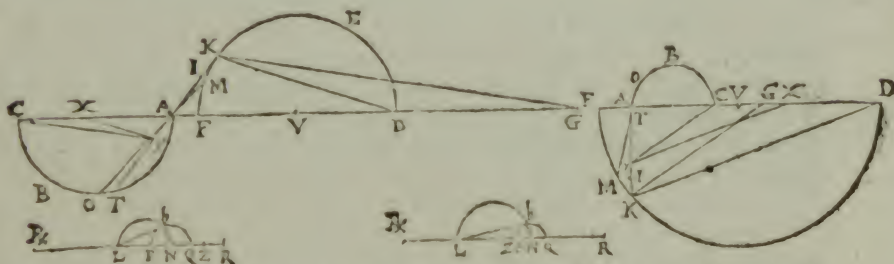
Lem. 5.6 Et quoniam rectangulum YAK æquale est quadrato AI , pro-
 portionales erunt $AK AI AY$, sed AK maior est quam AI , poni-
 tur enim AI minor maiore rectorum $AF AK$, hoc est minor
 quam AK , ergo & AI maior erit quam AY , & consequenter AK
 multo maior.

Et quoniam ostensum est rectangulum LPR æquale quadrato
Lem. 5.6 Lb , hoc est quadrato AI , cui quoque æquatur & rectangulum
 YAK , æqualia erunt rectangula $YAK LPR$, & ideo proportio-
 nales $YA LP PR AK$, sed YK composita ex extremis $YA AK$
 maior est quàm LR composita ex medijs $LP PR$, vel ei æqualis, ut
Lem. 9. demonstravimus, ergo si sit maior, altera extremarum $YA AK$ ma-
 xima erit, altera minima, sed AK non est minima, quia maior est
 quàm AY , ut demonstravimus, ergo maxima erit, & consequenter
 LP minor quàm AK , id est minor maiore rectorum $AF AK$. Si ve-
 ro YK composita ex extremis sit æqualis LR compositæ ex medijs,
 maior extremarum, nempe AK , maiori mediarum, id est ipsi LP æqua-
 lis erit. Cum itaque LP ostensa sit maior quàm AM , minor autem
 vel æqualis maiori rectorum $AF AK$, poterit à puncto A ad cir-
 cumferentiam KF duci recta ipsi LP aggregato rectorum $LN Nb$
 æqualis, poterit quidem duci ad eam circumferentiæ KF partem,
 quæ

quæ maiore rectarum $AF AK$ & ipsa AM intercipitur. Constat igitur rectam ipsi LP , siue differentie, siue aggregato rectarum $LN Nb$ æqualem, posse à puncto A ad circumferentiam KF duci, quod erat demonstrandum.

Lemma XXV.

Rursus sit AI minor maiore rectarum AF AK , maior autem minore. Sed Z & data maior sit minore rectarum KT FC . Manifestum est igitur, rectam ipsi Z & aequallem posse aptari inter circumferentias semicircularum ex una tantam parte minimæ, hoc est inter circumferentias quæ minima & maxima intercipiuntur. Itaque ostendendum est, quod à puncto A ad eam circumferentiæ KF partem, quæ minima & maxima intercipitur, poterit duci recta æqualis LP , differentię quidem rectarum LN Nb si altera ex rectis AF AK (ea scilicet quæ contermina est maximæ) minor fuerit quàm reliqua, aggregato vero si maior.

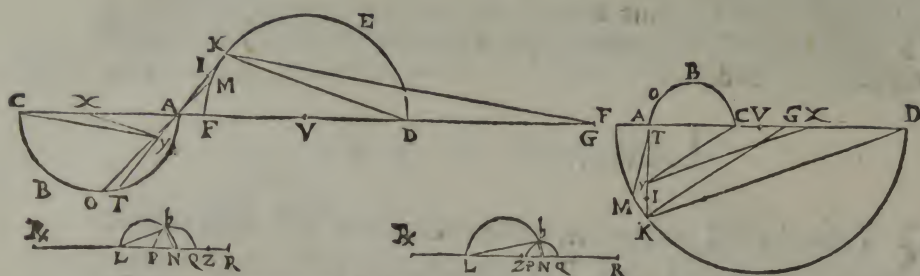


Sit primū FC maior quā KT , ergo recta ipsi $Z\alpha$ æqualis poterit aptari inter circūferentias MF OC tantum, inter circūferentias enim KM TO aptari nō potest quia ponitur $Z\alpha$ maior minore rectarum KT FC , hoc est maior ipsa KT quæ maxima* est omnium ductarum per A qua inter circūferentias KM TO interficiuntur.

Primum igitur sit AF (ea scilicet quæ termina est maximæ FC) minor quàm AK . Ergo ex iussu Lemmatis & præcepti quarti fiat LP differentiæ rectarum LN Nb , ea erit minor quàm Lb , hoc est quàm AM , sunt enim æquales Lb AM ex constructione.

Iungau.

Ex Est. 1.
Lett. 16.
et ex co 1
Lett. 20.



Iungantur autem GK KD, eisque parallelæ ducantur CY YX secantes AK DA continuatas in punctis YX, & duplicetur LN in R. Quoniam igitur est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita FC ad CX, erit FC ad CX, sicut LZ ad ZN, & existente puncto N inter LZ, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo vt FC ad FX ita LZ ad LN, & ita ZR ad LR, dupla videlicet ad duplam, sed FC cum sit maior quam KT, & ideo omnium maxima, maior est quam ZR, ponitur enim ZR minor maxima, ergo & FX quam LR maior erit.

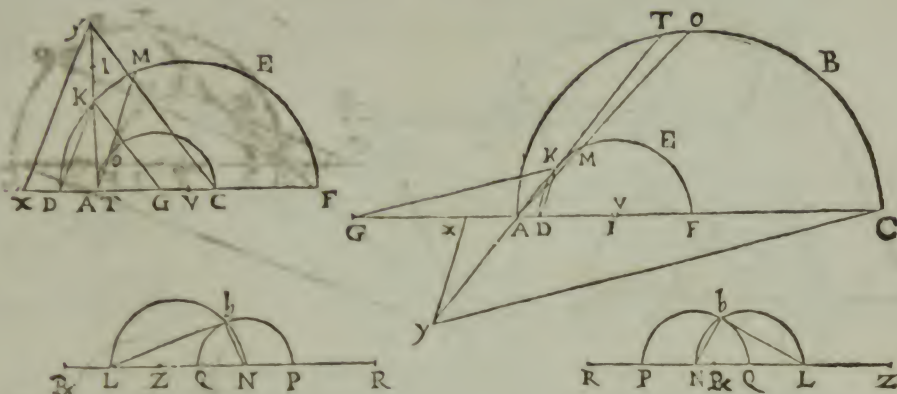
Et quoniam rectangulum FAX æquale* est quadrato AI, proportionales erunt FA AI AX, sed FA minor est quam AI, ponitur enim AI maior minore rectarum AF AK, ergo & AI minor erit quam AX, unde FA multo minor.

Et quoniam rectangulum PLQ hoc est LPR æquatur* quadrato Lb hoc est quadrato AI, cui quoque æquatur* & rectangulum FAX, æqualia erunt rectangula FAX LPR, & ideo proportionales FA LP PR AX, sed FX composita ex extremis ostensa est maior quam LR composita ex medijs, ergo altera extremarum FA

AX minima* erit, altera maxima, sed FA, cum sit ostensa minor quam AX, non est maxima, ergo minima erit, & ideo LP maior quam FA. Cum igitur LP maior sit quam AF, & minor quam AM vt demonstraui, poterit à puncto A ad circumferentiam FM, hoc est ad eam circumferentiæ KF partem, quæ minima, & maxima intercipitur, duci recta ipsi LP differentiæ rectarum LN Nb æqualis.

Deinde sit AF (contermina maximæ FC) maior quam AK. Ergo ex iussu Lemmatis fiat LP aggregatum rectarum LN Nb, erit igitur LP maior* quam Lb, hoc est, quam AM.

Et quoniam vt AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione, & ita* quoque FC ad CX, erit FC ad CX vt LZ ad ZN, & conuertendo vt CX ad FC, ita ZN ad LZ & existente L inter NZ, erit diuidendo existente vero Z inter LN erit componendo vt FX

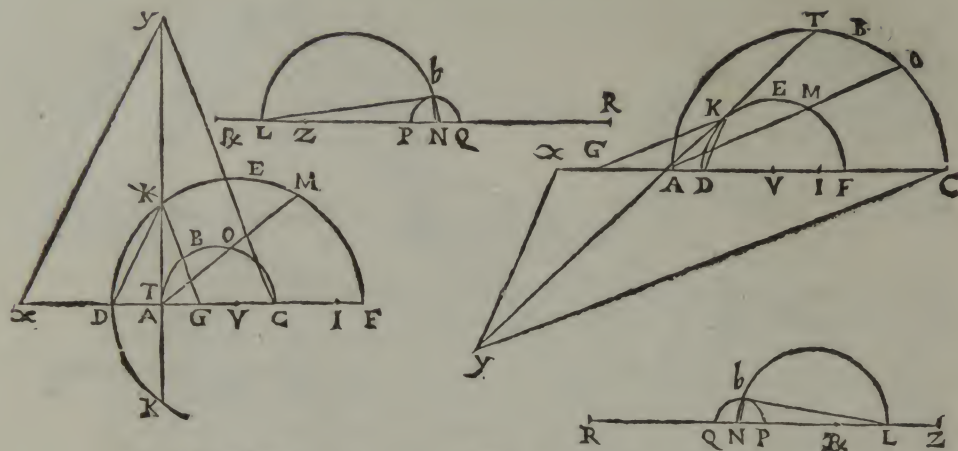


vt FX ad FC ita LN ad LZ, & rursus conuertendo vt FC ad FX ita LZ ad LN, & ita ZR ad LR, dupla videlicet ad duplam, sed FC, cum sit maior quam KT & ob id omnium maxima, maior est quam ZR, ponitur enim ZR minor maxima, ergo & FX maior erit quam LR.

Et quoniam rectangulum FAX æquale est quadrato AI, erit vt FA ad AI ita AI ad AX, sed FA maior est quam AI, ponitur enim AI minor maiore rectorum AF AK, ergo & AI maior erit quam AX, atque adeo AF multo maior.

Et quoniam rectangulum PLQ hoc est LPR æquale est quadrato Lb, hoc est quadrato AI, cui quoque æquatur * & rectangulum FAX, æqualia erunt rectangula FAX LPR, quare proportionales * FA LP PR AX, sed FX composita ex extremis ostensa *Le. 5. et 6* est maior quam LR composita ex medijs, ergo altera * extremarum *16. Sexti.* FA AX maxima erit, altera minima; sed AF, cum sit maior quam AX vt demonstrauimus, non est minima, ergo maxima erit, vnde LP minor erit quam FA. Cum igitur LP minor sit quam AF, & maior quam AM vt demonstrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam FM, hoc est ad partem circumferentiæ KF quæ minima & maxima intercipitur, duci recta ipsi LP aggregato rectorum LN Nb æqualis. *Lem. 9.*

sed



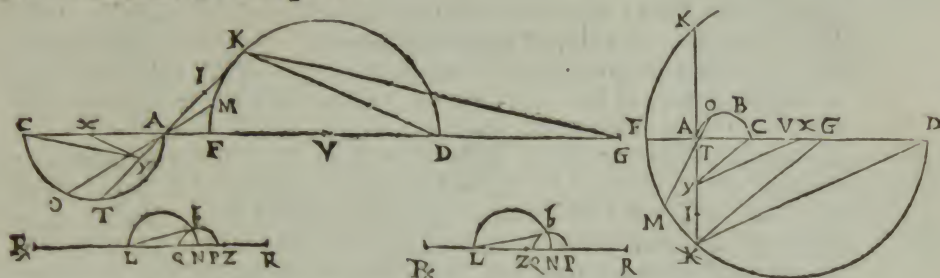
Sed sit KT maior quàm FC , ergo recta ipsi Z æqualis poterit aptari inter circumferentias KM TO tantum, Sit primum AK (contermina maximæ KT) minor quam AF . Ergo ex iussu Lemmatis fiat LP differentia rectarum LN Nb , ea minor erit quàm Lb , hoc est quàm AM .

Iam transferatur AK ad contrarias partes in semicirculis in quibus punctum A in base DF existit. Quoniam igitur est ut AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita quoque KT ad TY , erit KT ad TY ut LZ ad ZN , & conuertendo, ut TY ad KT ita ZN ad LZ , & existente L inter NZ , erit diuidendo, existente vero Z inter LN , erit componendo ut YK ad KT ita LN ad LZ , & rursus conuertendo ut KT ad YK ita erit LZ ad LN , & ita quoque Z æ ad LR dupla videlicet ad duplam, sed KT , cum sit maior quàm FC & per consequens omnium maxima, maior est quàm Z æ, ponitur enim Z æ minor maxima, ergo & YK maior erit quàm LR .

Et quoniam rectangulum YAK æquale est quadrato AI , proportionales erunt AK AI YA , sed AK minor est quàm AI , ponitur enim AI maior minore rectarum AF AK , ergo & AI minor erit quàm AY , unde AK multo minor.

Et quoniam ostensum est rectangulum PLQ , hoc est rectangulum LPR , æquale quadrato Lb , seu quadrato AI , cui quoque æquale est & rectangulum YAK , erunt æqualia rectangula YAK LPR , & ideo proportionales YA LP PR AK , sed YK composita ex extremis ostensa est maior quàm LR composita ex medijs, ergo altera extremarum YA AK erit minima, altera maxima, sed AK non est maxima, quia ostensa est minor quàm AY , ergo erit minima, & ideo LP maior quàm AK . Cum itaque LP maior sit quàm AK , & minor quàm AM ut est ostensum, poterit à puncto A ad

A ad circumferentiam KM, hoc est ad circumferentiæ KF partem quæ minima & maxima intercipitur, duci recta ipsi LP differentiæ rectarum LN Nb æqualis.



Deinde sit AK (contermina maximæ KT,) maior quam AF. Ergo fiat LP aggregatum rectarum LN Nb. Constat igitur rectam LP maiorem esse quam Lb hoc est quam AM.

Et quoniam est vt AG ad AC ita LZ ad ZN, & ita KT ad TY, erit vt KT ad TY ita LZ ad ZN, & existente N inter LZ, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo vt KT ad YK ita LZ ad LN, hoc est ita ZR ad LR, dupla videlicet ad duplam, sed KT ostensa est maior quam ZR, ergo & YK quam LR maior erit.

Et quoniam rectangulum YAK æquale* est quadrato AI proportionales erunt AK AI AY, sed AK maior est quam AI, ponitur enim AI minor maiore rectarum AF AK, ergo & AI maior erit quam AY, & consequenter AK multo maior.

Postremo quoniam rectangulum PLQ hoc est LPR, æquale est quadrato Lb, seu quadrato AI, cui quoque æquatur* & rectangulum YAK, æqualia erunt rectangula YAK LPR, & ideo proportionales YA LP PR AK, sed YK composita ex extremis ostensa est maior quam LR composita ex medijs, ergo altera extremarum YA AK* erit maxima, altera minima, sed AK, cum sit ostensa maior quam AY, non est minima, ergo maxima erit, vnde LP minor quam AK. Cum itaque LP minor sit quàm AK, & maior quàm AM vt demonstrauius, poterit à puncto A ad circumferentiam KM, hoc est ad circumferentiæ KF partem, quæ minima & maxima intercipitur, duci recta ipsi LP aggregato rectarum LN Nb æqualis, quod erat ostendendum.

Sequitur secunda pars constructionis Problematis.

K Deinde,

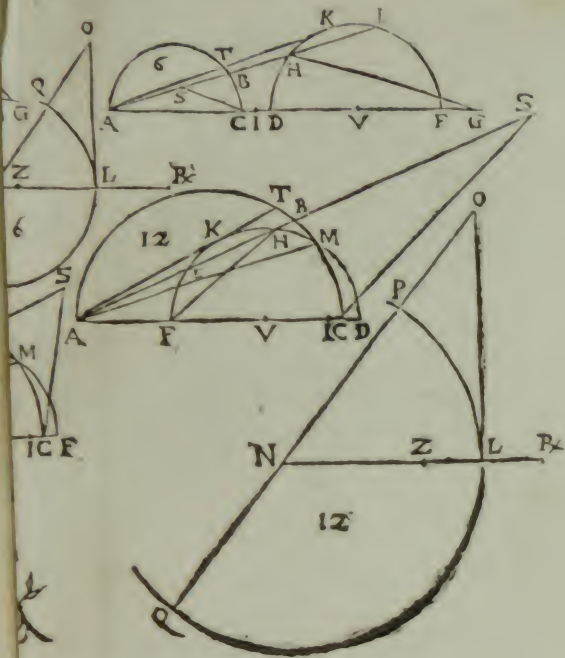
Deinde, Vel ex eadem parte existant dati duo semicirculi ABC DEF. Vel punctum A sit in base semicirculi DF, & sit in semicirculis quorum alter in altero includitur, FC non maior quam AD, in oppositis vero, qui se inuicem non secant etiam si compleantur, sit non minor, in reliquis quomodocunque. Atque tangentium se inuicem semicirculorum sit contactus in puncto C, & oporteat inter circumferentias ABC KF ponere rectam lineam æqualem Z \mathcal{R} data, ita vt ad punctum A pertingat. Sumatur VG æqualis VC, & secetur Z \mathcal{R} bifariam in L, & fiat *vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AI. Similiter fiat vt AG ad AC ita LZ ad ZN, & in rectam LN ducatur perpendicularis LO, æqualis vero rectæ AI, & conectatur NO, & centro N intervallo NL differentia, vel aggregato ipsarum LZ ZN (differentia quidem si punctum A sit in base semicirculi DF, aggregato vero si extra) circulus describatur secans ON continuatam in punctis PQ, & à puncto A ad circumferentiam KF ducatur AE æqualis ipsi OP differentia, vel aggregato ipsarum ON NL. Quo autem casu OP fiat differentia, quoue aggregatum, infra dicemus, deinde sequentibus Lemmatibus demonstrabimus eam rectam posse duci. Producta denique vbi opus exigit recta AE vsque ad circumferentiam ABC in B, recta EB problema efficiet.

Secerenim BA etiam producta semicirculum DEF, aut circulum completum in H, & conectatur GH, cui parallela agatur CS secans EH, vel ei continuatæ occurrens in S. Quoniam igitur rectus est angulus OLN, recta LO tanget circulum PLQ in L, vnde rectangulum POQ æquale erit quadrato LO, hoc est quadrato AI, sed & rectangulum EAS æquale *est quadrato AI, ergo æqualia erunt rectangula POQ EAS, sed æquales sunt PO EA ex constructione, ergo & OQ AS æquales erunt; quare per additionem vel subductionem æqualium æqualibus, erunt æquales & PQES.

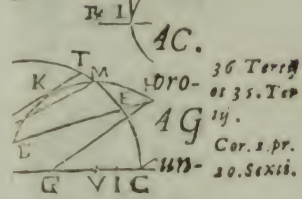
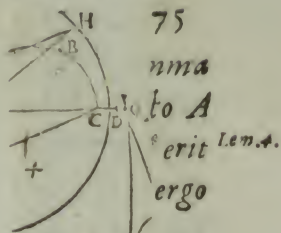
Et quoniam est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita * quoque EB ad BS, erit EB ad BS vt LZ ad ZN, & existente puncto B inter puncta SE, erit conuertendo & componendo, existente vero E inter SB, erit conuertendo & diuidendo, existente denique S inter EB, erit per conuersionem rationis, & conuertendo vt SE ad EB ita LN ad LZ, hoc est ita PQ ad Z \mathcal{R} , est enim eadem ratio dupli ad duplum, quæ simpli ad simplum, sed SE ostensa est æqualis ipsi PQ, ergo & EB ipsi Z \mathcal{R} æqualis erit. Posita est igitur inter circumferentias semicirculorum recta EB æqualis Z \mathcal{R} data, eaque ad punctum A pertingit, quod facere oportebat.

In semicirculis qui se inuicem tangunt, aut secant etiam completi

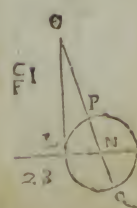
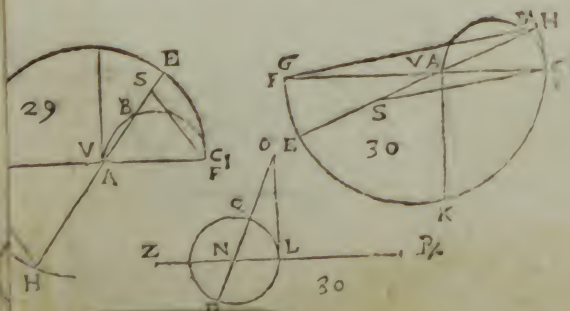
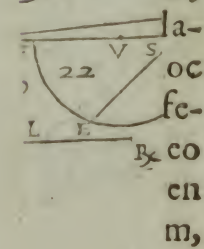
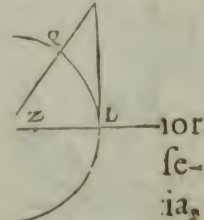
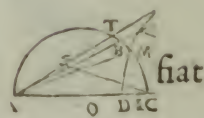
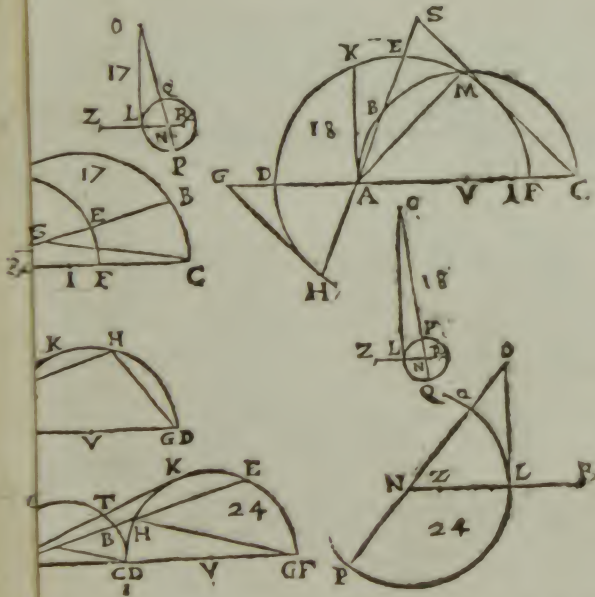
75.



E D I
s collocant

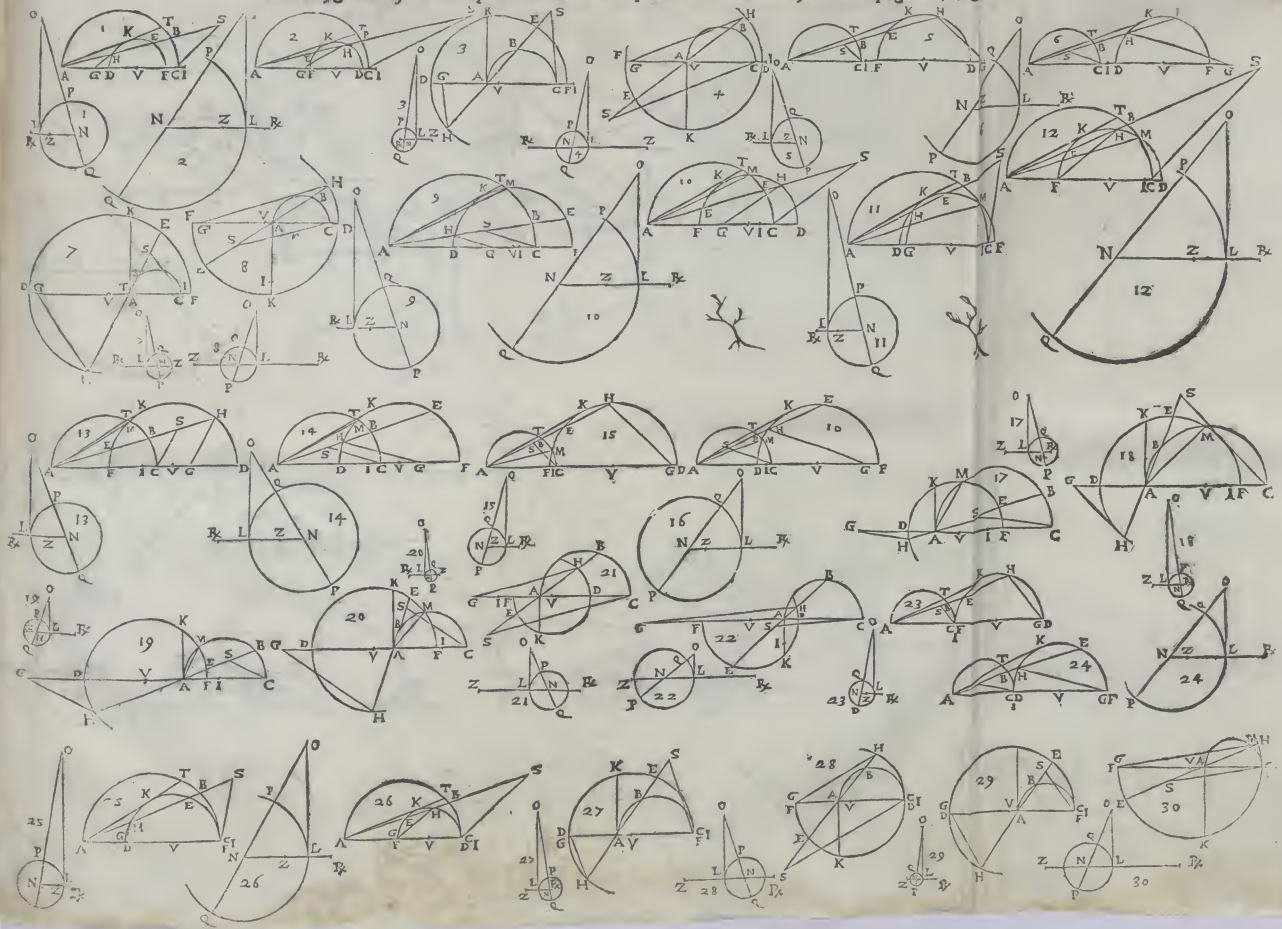


IL,



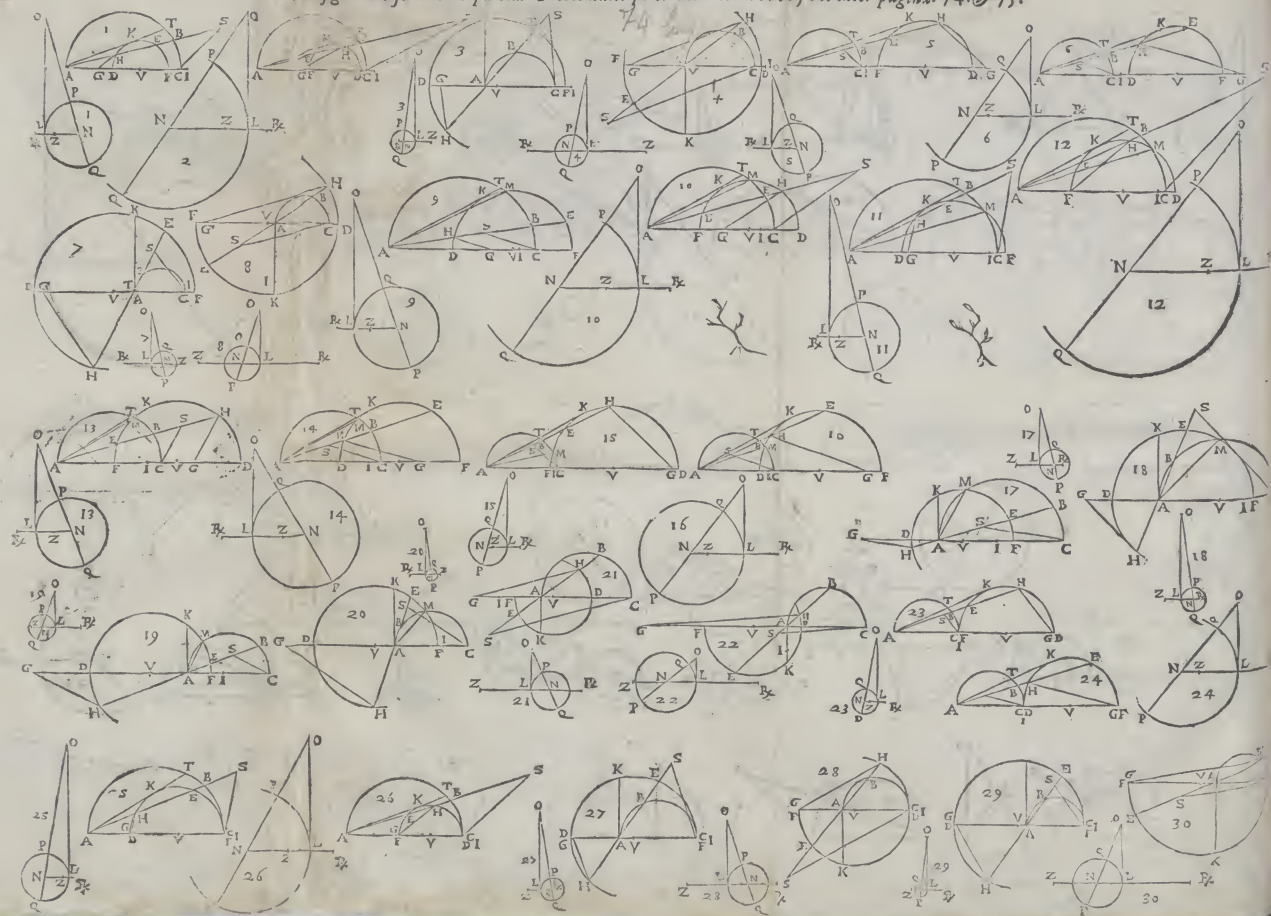
LIBER SECVNDVS.

Haec figura ad secundam partem Problematis pertinentes collocanda sunt inter paginas 74. & 75.



APOLLONII REDIVIVI

He figure ad secundam partem Problematis pertinentes collocantur inter paginas 74. & 75.



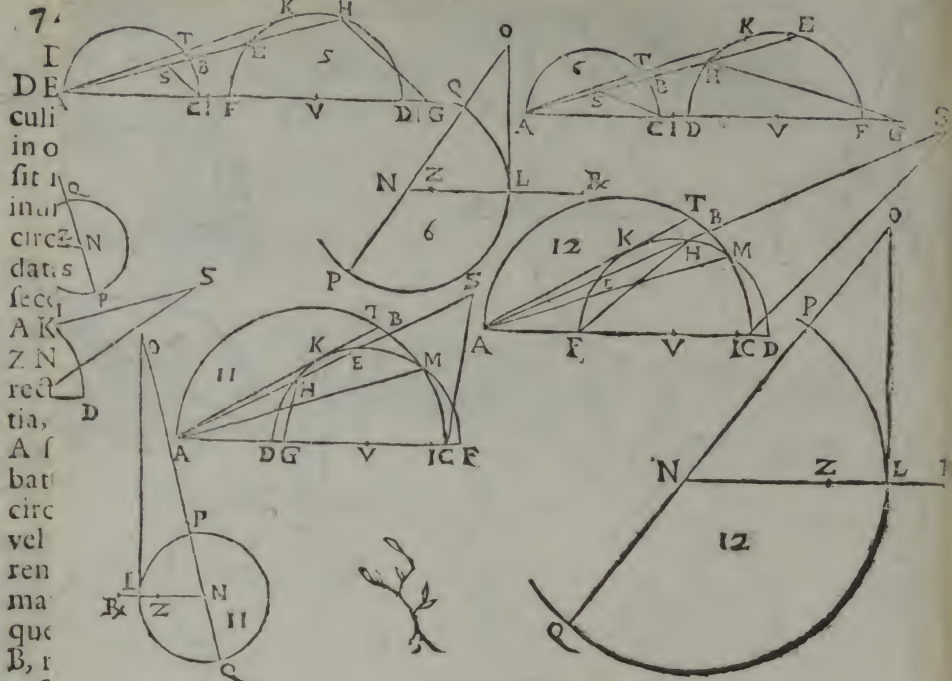
V I V I

et sunt inter paginas 74. et 75.

74

I
DE
culi
ino
fit
in
circ
data
secc
AK
ZN
rect
tia
A
bat
circ
vel
ren
ma
que
B, r
S

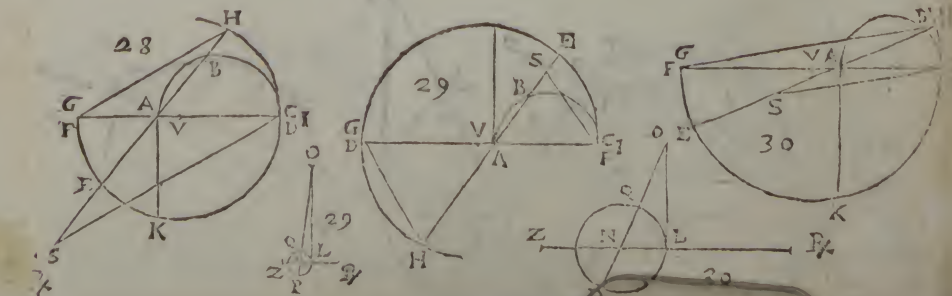
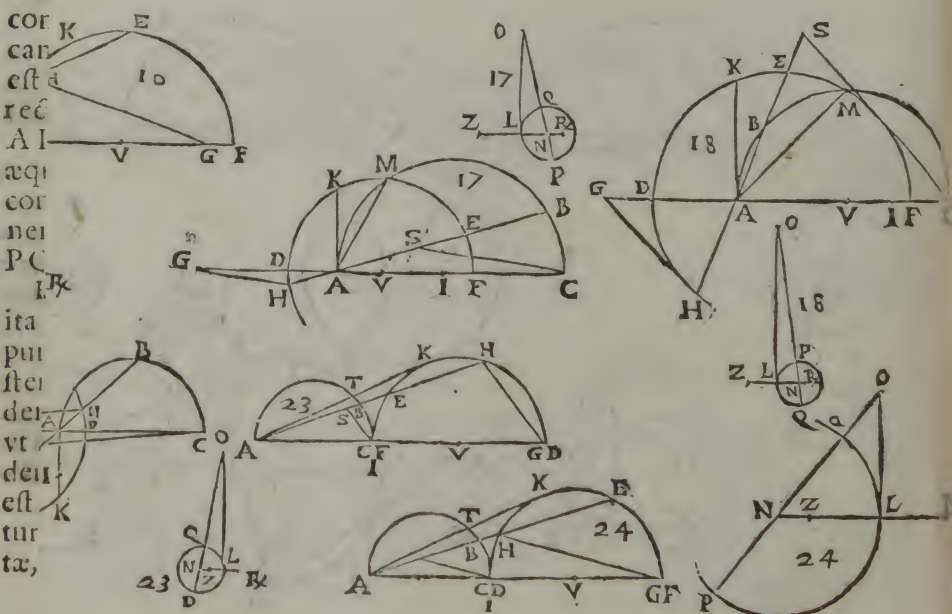
Le. 3.



cor
can
est
rec
AI
Le. 3. et 6
aqui
cor
nei
PC
K

Le. 3. et 6

ita
pui
stei
der
vt
den
est
tur
ta,



pleti facilius inuenitur quadratum AI , vt etiam post Lemma quintum & sextum ostendimus. Nam in secantibus, à puncto A ad punctum sectionis, quod sit M , ducta recta linea AM , * erit ^{lem. 4.} vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AM , ergo quadratum AM quadrato AI æquale erit.

In tangentibus vero quadratum AI æquale est quadrato AC . Nam cum rectangulum GAC * æquale sit quadrato AK , proportionales sunt tres recte lineæ AG AK AC . Vt igitur AG ad AC , prima videlicet ad tertiam, ita * erit quadratum secundum AK ad quadratum AC tertie. <sup>36 Terræ
01 35. Ter
19.
Cor. 1. pr.
20. Sexii.</sup>

Quo autem casu OP fiat differentia rectarum ON NL , quove aggregatum, ratio his constat præceptis.

P R A E C E P T V M I.

SI AI non sit minor maiore rectarum AF AK , fiat OP differentia rectarum ON NL .

P R A E C E P T V M II.

SI vero AI non sit maior minore rectarum AF AK , fiat OP aggregatum ipsarum ON NL .

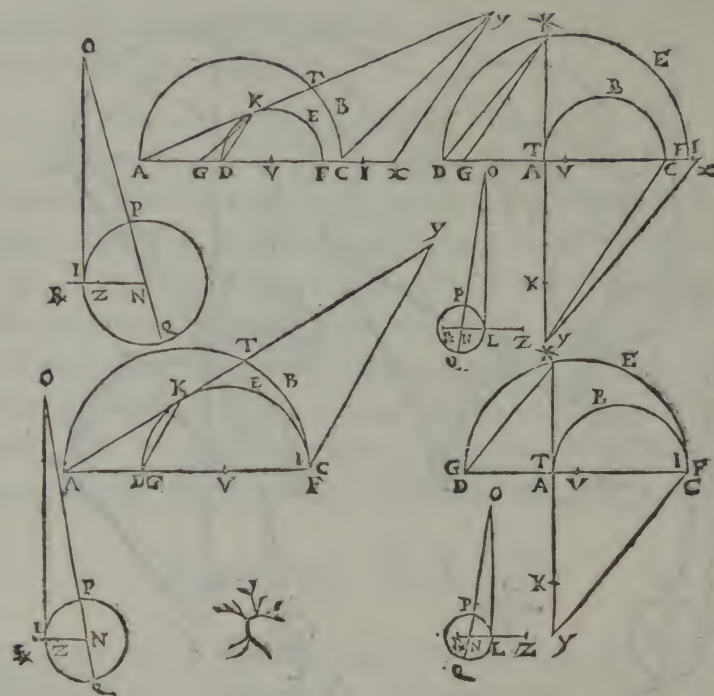
P R A E C E P T V M III.

Sed si AI maior sit minore rectarum AF AK , minor autem maiore, quod quidem accidit in quibusdam semicirculis se inuicem secantibus, fiat OP siue differentia, siue aggregatum rectarum ON NL , dummodo Z \times data non sit maior minore rectarum KT FC . Atque hoc casu recta ipsi Z \times æqualis, poterit aptari inter circumferentias semicirculorum ex vtraque parte sectionis, & ideo duobus modis Problema absolui. Nam si OP fiat differentia, aptabitur ea recta inter circumferentias semicirculorum,

K 2 -qua

LIBER SECVNDVS.

*Ponantur hæ figurae inter paginas 76. & 77. pertinent enim
ad primam partem Lemmatis XXVI.*



conueniat. Quoniam igitur est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita $*KT$ ad TY , erit KT ad TY vt LZ ad ZN , & *Le. 5. et 6* conuertendo vt TY ad KT ita ZN ad LZ , & existente puncto Z inter puncta LN , erit componendo, existente vero L inter ZN , erit diuidendo vt YK ad KT ita LN ad LZ , id est ita PQ ad ZB , dupla nempe ad duplam, & rursus conuertendo erit vt KT ad YK ita ZB ad PQ , sed KT ostensa est maior quam ZB , ergo & YK maior erit quam PQ .

Et quoniam LO tangit circulum POQ in L , rectus est enim angulus OLN ex constructione, rectangulum QOP , æquale $*erit$ *36. Tertij* quadrato LO , hoc est quadrato AI , sed eidem quadrato AI æquatur $* &$ rectangulum YAK , ergo rectangula YAK QOP æqualia erunt, & ideo proportionales YA QO OP AK , sed YK differentia extremarum ostensa est maior quam PQ differentia mediarum, ergo altera extremarum YA AK maxima erit, $*altera$ minima, sed AK non est maxima, est enim minor quam AY vt demonstrauimus, ergo minima erit, unde OP maior erit quam AK . *Lem. 10.*

Et quoniam est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita $*FC$ ad CX , erit LZ ad ZN vt FC ad CX , & conuertendo vt ZN ad LZ ita CX ad FC , & existente puncto Z inter puncta LN , erit componendo, existente vero L inter ZN , erit diuidendo, vt LN ad LZ ita FX ad FC , & rursus conuertendo erit vt LZ ad LN , hoc est vt ZB ad PQ , dupla videlicet ad duplam, ita FC ad FX , sed ZB ostensa est maior quam FC , ergo & PQ quam FX maior erit. *Le. 5. et 6*

Et quoniam æqualia sunt rectangula POQ FAX , (æqualibus enim quadratis LO AI sunt $*æqualia$,) proportionales erunt PO FA AX OQ , sed PQ differentia extremarum ostensa est maior quam FX differentia mediarum, ergo altera extremarum PO OQ hoc est ipsa PO minima $*erit$, & per consequens minor quam FA . *36. Tertij* Cum igitur OP minor sit quam AF , & maior quam AK vt demonstrauimus poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipsi OP differentie rectarum ON NL æqualis. *Le. 5. et 6*

In semicirculis se inuicem tangentibus satis est ostendere rectam OP maiorem esse quam AK , reliquum enim, hoc est ipsam OP minorem esse quam AF manifestum est. Nam cum sint æquales AC AI , vt infra secundam partem constructionis problematis demonstrauimus, & OP minor $*quam$ LO , ea quoque minor erit *3. Tertij* quam AC , hoc est quam AF , sunt enim in huiusmodi semicirculis $AFAC$ vna eademque Linea.

Sed

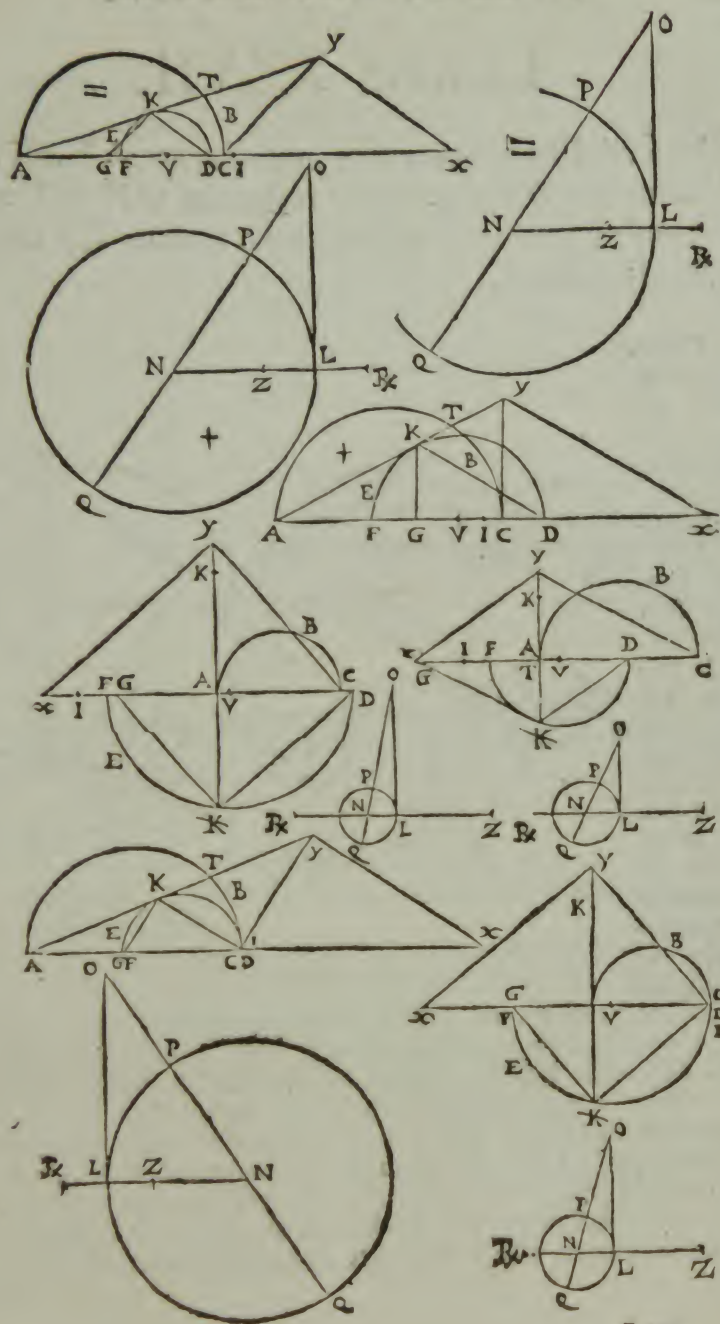
Sed sit AK maior quàm AF . Ergo ponitur AI non minor quàm
Le. 14. 18. AK , unde FC maior *erit quàm KT , ac proinde maxima *om-
Le. 15. 19 nium quæ ad A pertingentes inter circumferentias KF ABC in-
Le. 15. 19 terijciuntur, minima *vero KT . Itaque $Z\Re$ minor est quàm FC ,
Le. 5. 66 & maior quàm KT . Et quoniam rectangulum $FA X$ æquale *est
 quadrato AI , proportionales erunt FA AI AX , sed FA minor
 est quàm AI , ponitur enim AI non minor quàm AK , quæ ma-
 ior est quàm AF , ex positione, ergo & AI minor erit quàm AX ,
 unde AF multo minor.

Et quoniam est ut AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione,
Le. 5. 66 & ita quoque, FC *ad CX , erit FC ad CX ut LZ ad ZN , & con-
 uertendo ut CX ad FC ita ZN ad LZ , & existente puncto Z in-
 ter LN , erit componendo, existente vero L inter ZN , erit diui-
 dendo ut FX ad FC ita LN ad LZ , & per consequens ita PQ
 ad $Z\Re$, dupla videlicet ad duplam, & rursus conuertendo erit ut FC
 ad FX ita $Z\Re$ ad PQ , sed FC maior est quàm $Z\Re$ ut demon-
 strauimus, ergo & FX quàm PQ maior erit.

Le. 5. 66 Et quoniam rectangulum $FA X$ æquale *est quadrato AI , hoc
36. Terij est quadrato LO , cui quoque æquale *est & rectangulum POQ ,
 æqualia erunt rectangula $FA X$ POQ , & ideo proportionales FA
Le. 10. PO OQ AX , sed FX differentia extremarum ostensa est maior
 quàm PQ differentia mediarum, ergo altera extremarum * FA AX
 maxima erit, altera minima, sed AF cum sit minor quàm AX ut
 demonstrauimus, non est maxima, ergo minima erit, & consequen-
 ter PO maior quàm FA .

Iam transponatur, existente puncto A in base DF , recta AK in
 contrarias partes, ut reliquum demonstrationis omnibus figuris con-
 ueniat. Quoniam igitur est ut AG ad AC ita LZ ad ZN , & ita
 KT ad TY , erit LZ ad ZN ut KT ad TY , & conuertendo ut
 ZN ad LZ ita TY ad KT , & existente puncto Z inter LN , erit
 componendo, existente vero L inter ZN , erit diuidendo ut LN ad
 LZ , hoc est ut PQ ad $Z\Re$ (est enim utrobique eadem ratio, cum
 sint hæ illarum duplæ) ita YK ad KT , & conuertendo ut $Z\Re$ ad
 PQ ita erit KT ad YK , sed $Z\Re$ ostensa est maior quam KT , er-
 go & PQ maior erit quam YK .

39. Terij Et quoniam rectangulum POQ æquale *est quadrato LO , seu
Le. 5. 66 quadrato AI , cui quoque æquale *est rectangulum YAK , æqua-
 lia erunt rectangula POQ YAK , quare proportionales PO YA
 AK OQ , sed PQ differentia extremarum ostensa est maior quam
 YK differentia mediarum, ergo altera extremarum PO OQ , hoc
 est ipsa PO , erit minima, & ideo minor quam AK . Cum itaque
 PO minor sit quam AK , & maior quam AF ut demonstrauimus,
 poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipsi PO dif-
 ferentiæ rectarum ON NL æqualis, quod erat ostendendum.

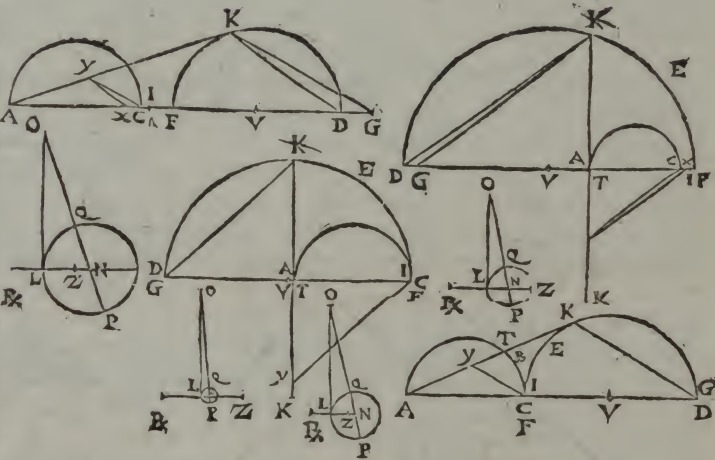


Lem-

Lemma XXVII.

Sed sit AI non maior minore rectarum AF AK . Rectam ipsi OP aggregato rectarum ON NL æqualem, posse à puncto A ad circumferentiam KF duci, sic demonstrabimus.

Constat
statutur GK
 KD , eis-
que paral-
lelae agan-
tur CY
 YX secan-
tes AK
 AC con-
tinuatas in
punctis YX .
Et sit pri-
mum AF
minor quā
 AK . Ergo
 AI nō erit
maior quā
 AF poni-
tur enim AI
non maior
minore ip-
sarum AF
 AK . Quare



Le. 13. 17 KT maior* erit quam FC , & ideo maxima* omnium ductarum
Le. 13. 19 per A quæ inter circumferentiās KF ABC interijciuntur, minima
vero FC , unde Z & data minor erit quam KT , maior autem quam
Le. 5. 6 FC . Et quoniam rectangulum YAK æquale* est quadrato AI ,
proportionales erunt AK AI YA , sed AK maior est quam AI ,
ponitur enim AI non maior quam AF , quæ minor est quam AK ,
ergo & AI maior erit quam AF , & per consequens AK multo
maior. Transferatur autem existente A in base DF recta AK ad
contrarias partes, ut in præcedenti Lemmate factum est. Quoniam
igitur

igitur vt AG ad AC ita est LZ ad ZN, & ita KT ad TY, erit KT ad TY vt LZ ad ZN, & existente N inter ZL, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo vt KT ad YK ita LZ ad LN hoc est ita Z & ad PQ, dupla videlicet ad duplam, sed KT ostensa est maior quam Z &, ergo & YK quam PQ maior erit.

Et quoniam rectus est angulus OLN ex constructione, recta LO tanget circulum PLQ in L, & propterea rectangulum QOP æquale erit quadrato LO, sed & rectangulum YAK æquale * est quadrato AI, hoc est quadrato LO, ergo duo rectangula YAK QOP æqualia erunt, ac proinde proportionales YA QO OP AK, sed YK differentia extremarum maior est quam PQ differentia mediarum vt demonstrauius, ergo altera extremarum YA AK, hoc est ipsa AK, quæ ostensa est maior quam AY maxima * erit, vnde OP minor quam ipsa AK. Le. 5. et 6

Similiter quoniam est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita FC ad CX, erit LZ ad ZN vt FC ad CX, & existente puncto N inter ZL erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo vt LZ ad LN ita FC ad FX, hoc est vt Z & ad PQ ita FC ad FX (est enim eadem ratio LZ ad LN, quæ Z & ad PQ, cum sint hæ illarum duplæ) sed Z & ostensa est maior quam FC, ergo & PQ quam FX maior erit. Le 5. et 6

Et quoniam rectangulum POQ æquale * est quadrato LO, hoc est quadrato AI, cui quoque æquale est * & rectangulum FAX, ipsa duo rectangula æqualia erunt, & ideo proportionales PO FA AX OQ, sed PQ differentia extremarum ostensa est maior quam FX differentia mediarum, ergo altera extremarum PO OQ, nempe PO, maxima * erit, & ideo maior quam FA. Cum igitur PO maior sit quam AF, & minor quam AK, vt demonstrauius, poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipsi OP aggregato rectarum ONNL æqualis. 36. Tertij
Le. 5. et 6

In semicirculis se inuicem tangentibus satis est vt recta OP ostendatur minor quam AK, vt factum est, nam ipsam OP maiorem esse quam AF patet, quoniam æquales sunt AC LO, vt infra secundam partem constructionis problematis demonstratum est, & OP maior est quam LO, ergo & maior quam AC hoc est quam AF. Lem. 10.

L

Deinde

Deinde fit
AK minor
quàm AF.
Ergo ponitur AI non
maior quàm
AK, unde

Le. 14. 18 FC maior
erit quàm
KT, ac pro-

inde maxi-
ma * omniū
quæ inter cir-
cumferētiās
KF ABC
interijciun-
tur, ipsa vero
KT mini-
ma. Itaque

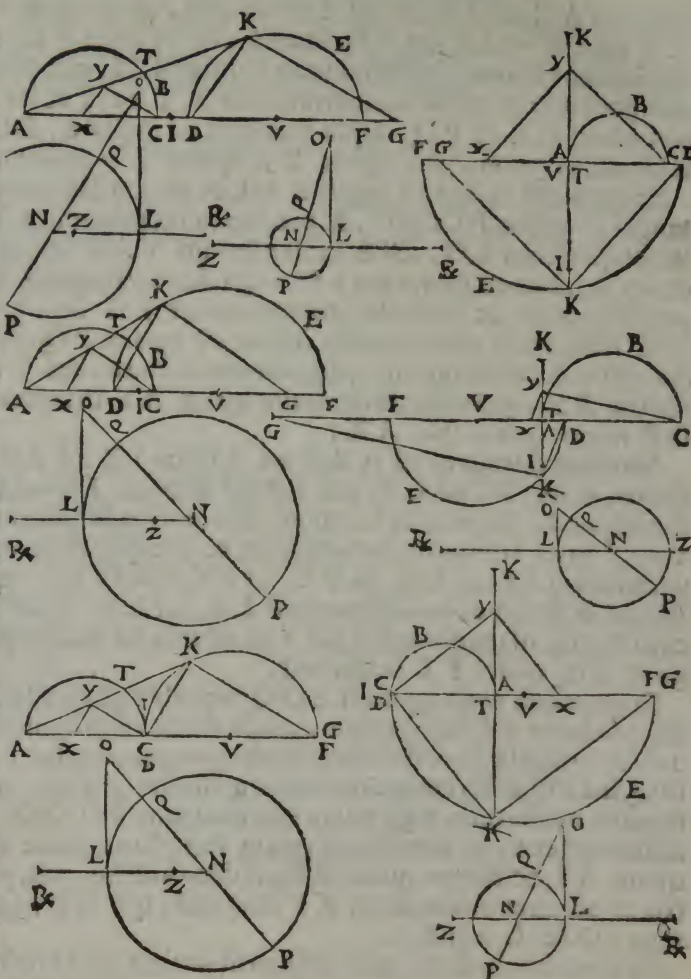
Z & data mi-
nor erit quā
FC, & ma-
ior quā KT.
Et quoniam
rectangulum
FA X æqua-

le * est qua-
drato AI,
proportiona-
les erunt FA
AI AX, sed
FA maior
est quā AI,

ponitur enim AI non maior quàm AK, quæ minor est quàm AF
ex positione, ergo & AI maior erit quàm AX, & consequenter AF
multo maior.

Et quoniam est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione,
Le. 5. 116 & ita FC * ad CX, erit FC ad CX vt LZ ad ZN, & existente
puncto N inter ZI, erit per conuersionem rationis, existente vero
Z inter LN, erit conuertendo, & componendo & rursus conuertendo
vt FC ad FX ita ZL ad LN, hoc est ita Z & ad PQ, dupla vi-
delicet ad duplam, sed FC ostensa est maior quàm Z &, ergo &
FX maior erit quàm PQ.

36. Terrij Et quoniam rectangulum POQ æquale * est quadrato LO, hoc
est



est quadrato AI, cui quoque æquatur* & rectangulum FAX, *Le. 5. et 6.*
 æqualia erunt rectangula FAX POQ. & ideo proportionales FA
 PO OQ AX, sed FX differentia extremarum ostensa est maior
 quàm PQ differentia mediarum, ergo altera extremarum, ipsa vide
 licet FA, quæ ostensa est maior quàm AX, maxima* erit unde *Le. 10.*
 OP minor quàm AF.

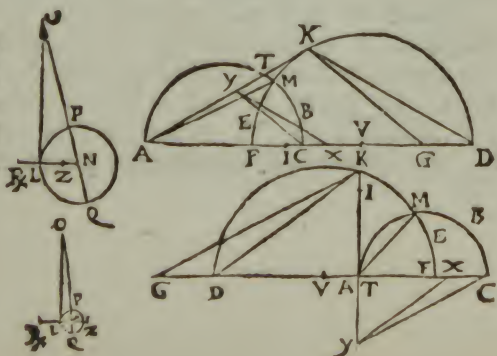
Similiter existente puncto A in base DF, transponatur AK in
 partes contrarias propter iam dictam causam. Quoniam igitur est vt
 AG ad AC ita LZ ad ZN, & ita KT ad TY, erit LZ ad ZN
 sicut KT ad TY, & existente puncto N inter ZL, erit per con
 uersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo, &
 componendo, & rursus conuertendo vt ZL ad LN hoc est vt Z β
 ad PQ, dupla videlicet ad duplam, ita KT ad YK, sed Z β ma
 ior est quàm KT, vt demonstrauius, ergo & PQ quàm YK ma
 ior erit.

Postremo quoniã æqualia sunt rectangula POQ YAK, vtrun
 que enim æquale* est quadrato LO, vel quadrato AI, proportio
 nales erunt POYA AK OQ, sed PQ differentia extremarum *36. Terrij*
 ostensa est maior quàm YK differentia mediarum, ergo altera ex
 tremarum ipsa videlicet PO maxima* erit, & consequenter maior *Le. 5. et 6.*
 quàm AK. Cum itaque PO maior sit quàm AK, minor autem *Le. 10.*
 quàm AF vt demonstrauius, poterit à puncto A ad circumferen
 tiam KF duci recta ipsi PO aggregato rectarum ON NL æqua
 lis, quod ostendisse oportuit.

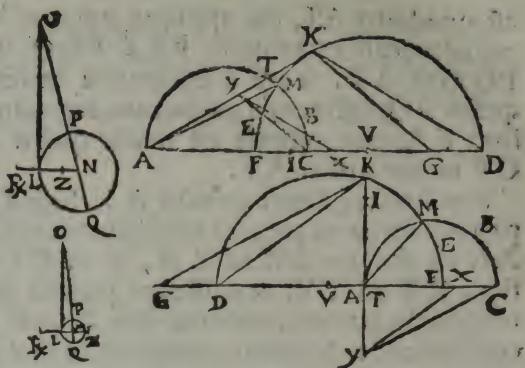
Lemma XXVIII.

Iam sit AI maior minore rectarum AF AK minor au
 tem maiore, quod quidem accidit in nonnullis semicir
 culis se inuicem secantibus. Ostendendum est igitur, re
 ctam ipsi PO siue differentia siue aggregato rectarum ON
 NL æqualem, posse à puncto A ad circumferentiam KF
 duci, dummodo Z β data non sit maior minore recta
 rum KT FC.

Iungantur GK KD,
 quibus parallelæ ducantur
 CY YX, secantes AK
 DA continuatas in pun
 ctis YX, & à puncto A ad
 punctum sectionis semicir
 culo.



Le. 3. et 4. culorum, quod sit M, ducatur A M. Ergo * vt AG ad AC ita erit quadratum AK ad quadratum AM, sed vt AG ad AC ita est quadratum AK ad quadratum AI, ergo recta A M æqualis erit rectæ AI vel O L. Primum igitur fiat P O differentia rectorum O N N L, ea minor erit quàm LO hoc est quàm A M, reliquum igitur est vt ipsa P O ostendatur non minor minore rectorum A F A K id autem sic fiet.



Sit primum A F minor quàm A K. Quoniam igitur vt A G ad AC ita est LZ ad Z N ex constructione, & ita * F C ad C X, erit F C ad C X vt LZ ad Z N, & existente N inter Z L erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo componendoque ac rursus conuertendo vt F C ad F X ita Z L ad L N, hoc est ita Z & ad P Q, dupla videlicet ad duplam, sed F C maior est quàm Z &, vel ei æqualis, ponitur enim Z & non maior minore rectorum K T F C, ergo & F X quàm P Q maior erit, vel ipsi P Q æqualis.

Le. 3. et 5. Et quoniam rectangulum F A X æquale * est quadrato A I, proportionales erunt F A A I A X, sed F A minor est quàm A I, ponitur enim A I maior minore rectorum A F A K, hoc est maior quàm A F, ergo & A I minor erit quàm A X, vnde F A multo minor.

Et quoniam L O tangit circulum P L Q in L, rectangulum P O Q æquale erit quadrato L O, seu quadrato A I, cui quoque æquale * est & rectangulum F A X, ergo rectangulum F A X æquale erit rectangulo P O Q. Vt igitur F A ad P O ita erit O Q ad A X, sed F X differentia extremarum ostensa est maior quàm P Q differentia mediarum, vel ei æqualis, ergo si sit maior, altera extremarum F A X, hoc est ipsa F A, quæ ostensa est minor quàm A X, minima erit;

Le. 3. et 6. Vnde P O maior erit quam F A, hoc est maior minore rectorum A F A K. Si vero F X sit æqualis ipsi P Q, minor extremarum,

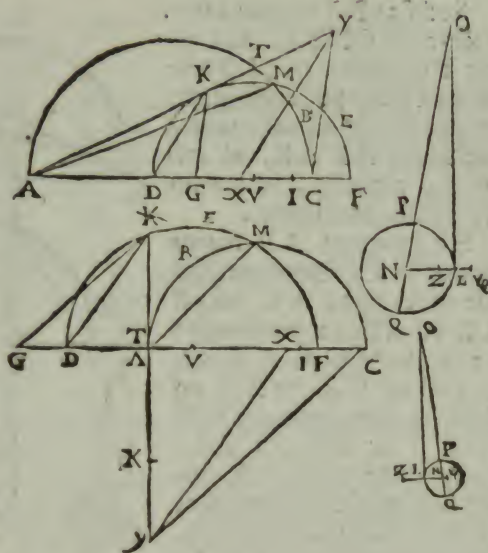
Le. 3. et 7. nempe A F, minori mediarum hoc est ipsi P O æqualis * erit.

Deinde sit A F maior quàm A K. Transponatur autem in semicirculis in quibus punctum A existit in base D F recta A K in contrarias partes, vt factum est in præcedentibus. Quoniam igitur vt A G ad AC ita est LZ ad Z N ex constructione, & ita * K T ad T Y, erit K T ad T Y vt LZ ad Z N, & conuertendo vt T Y ad K T ita Z N ad L Z, & existente pñcto Z inter L N, erit componendo

nendo, existente vero L inter N Z, erit diuidendo vt YK ad KT ita LN ad LZ, hoc est ita PQ ad ZR, dupla nempè ad duplam, & rursus conuertendo erit vt KT ad YK ita ZR ad PQ, sed KT vel est maior quàm ZR, vel ei æqualis ponitur enim ZR non maior minore rectarum KT FC, ergo & YK vel erit maior quàm PQ, vel ipsi PQ æqualis.

Et quoniam rectangulum YAK æquale * est quadrato AI, proportionales erunt AK AI YA, sed AK minor est quàm AI, ponitur enim AI maior minore rectarum AF AK, hoc est maior quàm AK, ergo & AI minor erit quàm AY, & per consequens AK multo minor.

Et quoniam rectangulum POQ æquale est quadrato LO tangentis circulum PLQ in L, seu quod idem est quadrato AI, cui quoque æquale * est & rectangulum YAK, ipsa rectangula YAK POQ æqualia erūt, ac proinde proportionales YA PO OQ AK, sed YK differentia extremarum maior est vel æqualis ipsi PQ differentie mediarum vt demonstrauius, ergo si sit maior, altera extremarum YA AK hoc est ipsa AK quæ ostensa est minor quam AY, minima * erit, vnde PO maior erit quam AK, hoc est maior minore rectarum AF AK. Si vero YK differentia extremarum æqualis sit PQ differentie mediarum, minor extremarum, hoc est AK, minori mediarum ipsi videlicet PO æqualis * erit. Cum itaque PO differentia rectarum ON NL ostensa sit minor quam AM, & maior vel æqualis minori rectarum AF AK, poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta linea ipsi PO æqualis, poterit enim duci ad eam circumferentie KF portionem quæ minore rectarum AF AK & ipsa AM intercipitur.



L. 5. 116

L. 5. 116

L. 5. 116

L. 5. 116

Sed

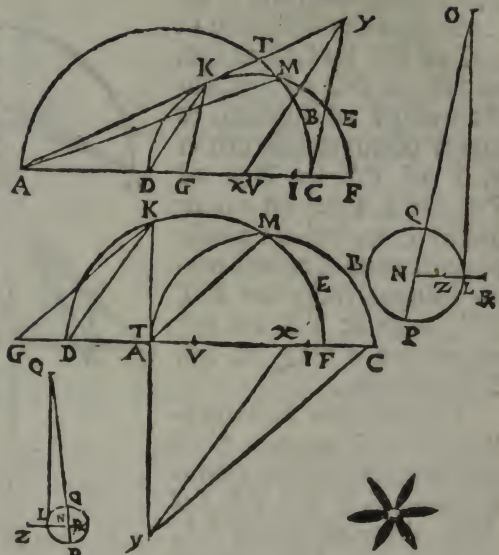
Sed fiat PO aggregatum
rectarum ONNL. Erit igitur
PO maior quā LO hoc
est quā AM. Superest igitur
vt ipsa PO sit minor maiore
rectarum AF AK, vel ipsi
maiori æqualis. Id autem
sic demonstrabimus.

Sit primum AF maior
quam AK. Quoniam igitur
vt AG ad AC ita est
LZ ad ZN ex constructio
ne, & ita *FC ad CX, erit
vt FC ad CX ita LZ ad
ZN, & conuertendo vt CX
ad FC ita ZN ad ZL,
& existente puncto Z inter
LN erit componendo,
existente vero L inter NZ,
erit diuidendo vt FX ad
FC ita LN ad LZ, hoc est ita PQ ad Z_B, dupla nempe ad du-
plam, & rursus conuertendo erit vt FC ad FX ita Z_B ad PQ, sed
FC maior est quā Z_B vel ei æqualis, ponitur enim Z_B non ma-
ior minore rectarum KT FC, ergo & FX maior erit quā PQ
vel ipsi PQ æqualis.

Et quoniam rectangulum FAX æquale * est quadrato AI, erit
vt FA ad AI ita AI ad AX, sed FA maior est quam AI, ponit-
ur enim AI minor maiore rectarum AF AK, hoc est minor quā
AF, ergo & AI maior erit quam AX, atque adeo AF multo
maior.

Et quoniam æqualia sunt rectangula FAX POQ, vtrunque enim
æquale est quadrato AI, vel LO, proportionales erunt FA PO
OQ AX, sed FX differentia extremarū ostensa est maior vel æqua-
lis PQ differentia mediarum, ergo si sit maior, erit altera extrema-
rum FA AX, ipsa videlicet FA maxima, * vnde PO minor erit
quam FA, hoc est minor maiore rectarum AF AK. Si vero FX
sit æqualis PQ, maior extremarum, nempe AF, maiori mediarum,
id est ipsi PO * æqualis erit.

Deinde sit AK maior quā AF. Existente igitur puncto A in
base DF, transponatur AK in contrarias partes vt factum est &
prius. Quoniam igitur vt AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione
& ita *KT ad TY, erit KT ad TY vt LZ ad ZN, & existente pun-
cto N inter ZL, erit per conuersionem rationis, existente vero Z
inter LN, erit conuertendo & componendo, ac rursus conuertendo
vt



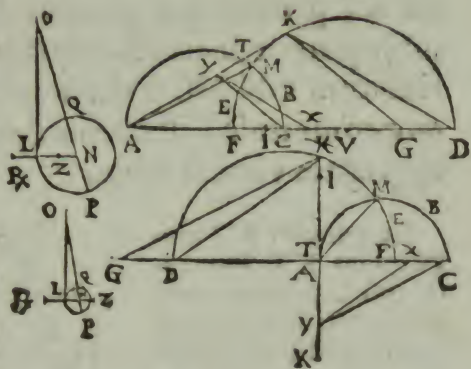
ut KT ad YK ita ZL ad LN , hoc est ita $Z\&$ ad PQ dupla nempe ad duplam, sed KT vel est maior quam $Z\&$, vel ei equalis, ponitur enim $Z\&$ non maior minore rectorum KT FC , ergo & YK erit vel maior q̃ PQ vel eidem PQ equalis.

Et quoniam rectangulum YAK æquale est quadrato AI , proportionales erunt AK AI AY , sed AK maior est quam AI , ponitur enim AI minor maiore rectorum AF AK , hoc est minor quam AK , ergo & AI maior erit quam AY , & per consequens AK multo maior.

Postremo quoniam æqualia sunt rectangula YAK POQ vtrunque enim æquale est quadrato AI vel LO , erunt proportionales YA PO OQ AK , sed YK differentia extremarum ostensa est maior aut equalis PQ differentie mediarum, ergo si est maior, altera extremarum YA AK , hoc est ipsa AK erit * maxima, & consequenter PO minor quam AK , id est minor maiore rectorum AF AK . Si vero YK differentia extremarum equalis est PQ differentie mediarum, maior extremarum, hoc est AK maiori mediarum, ipsi videlicet PO , * equalis erit. Cum igitur PO ostensa sit maior quam AM , & minor vel equalis maiori rectorum AF AK , poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipsi PO aggregato rectorum ON NL equalis, poterit enim duci ad eam circumferentiam KF portionem quæ maiore rectorum AF AK & ipsa AM intercipitur. Constat igitur rectam ipsi PO , siue differentie, siue aggregato rectorum ON NL æqualem, posse à puncto A ad circumferentiam KF duci, quod erat demonstrandum.

Lemma XXIX.

Rursus sit AI maior minore rectorum AF AK , minor autem maiore, sed $Z\&$ data maior sit minore rectorum KT FC . Manifestum est igitur rectam ipsi $Z\&$ æqualem posse aptari tantum inter circumferentias quæ puncto sectionis & maxima intercipiuntur. Itaque ostendendum est, quod à puncto A ad eam circumferen-



Le. 5. et 6

Lemma. 19.

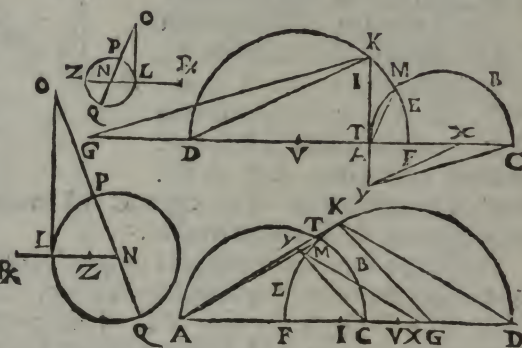
Lemma. 19.

(13)

tia KF partem, quæ maxima & puncto sectionis intercepti-
pitur, poterit duci recta æqualis PO , differentia quidem
rectarum ON NL si altera ex rectis AF AK , ea scilicet
quæ contermina est maximæ, minor fuerit quàm reliqua,
aggregato vero, si maior.

Sit primum FC ma-
ior quam KT . Ergo re-
cta ipsi $Z\mathbb{R}$ æqualis po-
terit aptari inter circum-
ferentias MF MC tan-
tum, hoc est inter cir-
cumferentias quæ maxi-
ma FC & puncto sectio-
nis interceptiuntur.

Primum igitur sit AF \mathbb{R}
(ea scilicet quæ contermi-
na est maximæ FC)
minor quam AK . Ergo ex iussu Lemmatis & præcepti quarti fiat PO
differentia rectarum ON NL , ea minor erit quam LO , hoc est
quam AM .



Conectantur autem GK KD , eisque parallelæ agantur CY YX
secantes KA DA continuatas in punctis YX . Quoniam igitur ut
Le. 5. et 6 AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione, & ita quoque
 FC ad CX , erit ut FC ad CX ita LZ ad ZN , & existente N in-
ter ZL , erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN ,
erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo ut FC ad
ad FX ita ZL ad LN , hoc est ita $Z\mathbb{R}$ ad PQ , est enim eadem ra-
tio dupli ad duplum quæ simpli ad simplum, sed FC cum sit maior
quam KT , ac proinde omnium maxima, maior est quam $Z\mathbb{R}$, po-
nitur enim $Z\mathbb{R}$ minor maxima, ergo & FX quam PQ maior erit.

Le. 5. et 6 Et quoniam rectangulum $FA X$ æquale* est quadrato AI pro-
portionales erunt FA AI AX , sed FA minor est quam AI , poni-
tur enim AI maior minore rectarum AF AK , ergo & AI minor
erit quam AX , & ideo FA multo minor.

36. Terij Et quoniam rectangulum POQ æquale* est quadrato LO , hoc
Le. 5. et 6 est quadrato AI , cui quoque æquatur* & rectangulum $FA X$,
æqualia erunt rectangula $FA X$ POQ , atque adeo proportiona-
les FA PO OQ AX , sed FX differentia extremarum ostensa
Lem. 10. est maior quam PQ differentia mediarum, ergo altera extremarum*
 FA AX , hoc est ipsa FA quæ ostensa est minor quàm AX , minima erit
vnde PO maior erit quam AF . Cum itaque PO maior sit quam
 AF ,

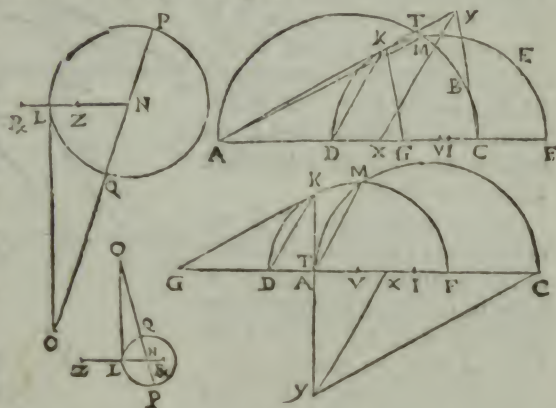
AF, & minor quam **A**M vt demonstrauius, pot erit à puncto **A** ad circumferentiam **M** **F** (hoc est ad eam circumferentiæ **K** **F** partem, quæ maxima **F** **C** & puncto sectionis intercipitur) duci recta ipsi **P** **O** differentia rectarum **O** **N** **N** **L** æqualis.

Deinde fit **A** **F** (contermina scilicet maximæ **F** **C**) maior quam **A** **K**. Ergo, ex iussu Lemmatis, fiat **O** **P** aggregatum rectarum **O** **N** **N** **L**. Ipsa igitur **O** **P** maior erit quam **L** **O**, hoc est quam **A** **M**.

Et quoniam est vt **A** **G** ad **A** **C** ita **L** **Z** ad **Z** **N** ex cōstructione, & ita quoque **F** **C** ad **C** **X**, erit **F** **C** ad **C** **X** vt **L** **Z** ad **Z** **N**, & conuertendo vt **C** **X** ad **F** **C** ita erit **Z** **N** ad **Z** **L**, & existente **L** inter **N** **Z**, erit diuidendo, existente vero **Z** inter **L** **N**, erit componendo vt **F** **X** ad **F** **C** ita **L** **N** ad **L** **Z**, hoc est ita **P** **Q** ad **Z** **R**, dupla videlicet ad duplam, & rursus conuertendo erit vt **F** **C** ad **F** **X** ita **Z** **R** ad **P** **Q**, sed **F** **C** cum sit omnium maxima, maior est quam **Z** **R**, quæ ex determinatione ponitur minor maxima, ergo & **F** **X** maior erit quam **P** **Q**.

Et quoniam rectangulum **F** **A** **X** æquale * est quadrato **A** **I**, proportionales erunt **F** **A** **A** **I** **A** **X**, sed **F** **A** maior est quam **A** **I**, ponitur enim **A** **I** minor maiore rectarum: **A** **F** **A** **K**, ergo & **A** **I** maior erit quam **A** **X**, & per consequens **F** **A** multo maior. Le. 5. et 6

Sed quoniam æqualia sunt rectangula **F** **A** **X** **P** **O** **Q**, vtrunque enim eorum æquale est quadrato **A** **I**, seu quadrato **L** **O**, proportionales erunt **F** **A** **P** **O** **O** **Q** **A** **X**, sed **F** **X** differentia extremarum ostensa est maior quam **P** **Q** differentia mediarum, ergo altera extremarum * **F** **A** **A** **X**, id est ipsa **F** **A**, quæ ostensa est maior quam **A** **X**, maxima erit, per consequens igitur **P** **O** minor erit quam **A** **E**. Cum itaque **P** **O** minor sit quam **A** **F**, & maior quam **A** **M**, vt est ostensum, poterit à puncto **A** ad circumferentiam **M** **F** (id est ad partem circumferentiæ **K** **F** quæ maxima & puncto sectionis intercipitur) duci recta ipsi **P** **O** aggregato rectarum **O** **N** **N** **L** æqualis. Lem. 10.



Lt. 5. et 6

M Sed

Sed sit KT maior quàm FC . Ergo recta ipsi $Z\beta$ æqualis poterit aptari inter circumferentias MK MT tantum. Primum igitur sit AK (contermina maximæ KT) minor quàm AF . Ergo ex iussu lemmatis fiat PO differentia rectarum $ONNL$, ea minor erit quam LO , hoc est quam AM .

Iam transferatur AK ad contrarias partes in semicirculis in quibus punctum A in base DF existit. Quoniam igitur ut AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione, & ita quoque KT ad

Le. 5. et 6

TY , erit KT ad TY ut LZ ad ZN , & conuertendo ut TY ad KT ita ZN ad ZL , & existente Z inter LN , erit componendo, existente vero L inter NZ , erit diuidendo ut YK ad KT ita LN ad LZ , hoc est ita PQ ad $Z\beta$, dupla videlicet ad duplā, & rursus conuertendo erit ut KT ad YK ita $Z\beta$ ad PQ , sed KT , cum sit maior quàm FC , & ideo omnium maxima, maior est quàm $Z\beta$, ponitur enim $Z\beta$ minor maxima, ergo & YK maior erit quam PQ .

Le. 5. et 6

Et quoniam rectangulum YAK æquale* est quadrato AI , proportionales erunt AK AI YA , sed AK minor est quam AI , ponitur enim AI maior minore rectarum AF AK , ergo & AI minor erit quam AY , & consequenter AK multo minor.

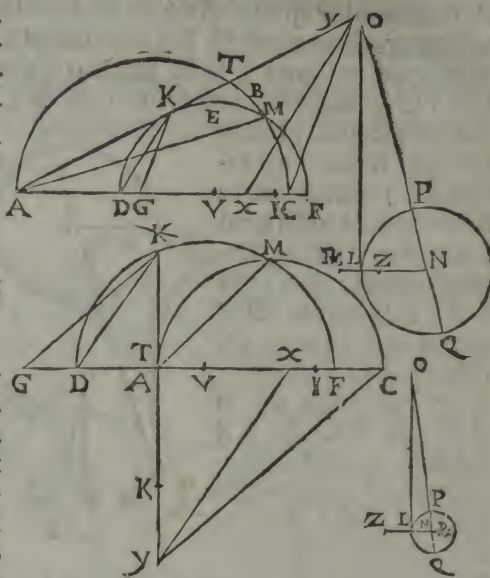
36. Tertij

Le. 5. et 6

Sed quoniam rectangulum POQ æquale est quadrato LO , seu quadrato AI , cui quoque æquale* est & rectangulum YAK , æqualia erunt rectangula YAK POQ , ac proinde proportionales YA PO OQ AK , sed YK differentia extremarum ostensa est maior quam PQ differentia mediarum, ergo altera extremarum* YA AK , ipsa nempe AK (quam demonstrauius minorem esse quam AY) minima erit, unde PO maior erit quam AK .

Lem. 10.

Cum igitur PO maior sit quam AK , & minor quam AM ut demonstrauius, poterit à puncto A ad circumferentiam MK (hoc est ad circumferentiam KF partem, quæ maxima KT , & puncto sectionis M intercipitur) duci recta ipsi PO differentie rectarum $ONNL$ æqualis.



Deinde

Deinde fit AK (con-
termina maximæ KT)
maior quam AF. Er-
go ex iussu Lemmatis
fiat PO aggregatum
rectarum ON NL.
Erit igitur PO maior
quam LO, hoc est
quam AM.

Et quoniam est vt
AG ad AC ita LZ
ad ZN, & ita KT ad
TY, erit KT ad TY
vt LZ ad ZN, & existente N inter Z L, erit per conuersionem ratio-
nis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo & componendo ac
rursus conuertendo vt KT ad YK ita ZL ad LN, hoc est ita ZR ad
PQ, dupla nempe ad duplam, sed KT ostensa est maior quam ZR,
ergo & YK quam PQ maior erit.

Et quoniam rectangulum YAK * æquale est quadrato AI, pro-
portionales erunt AK AI YA, sed AK maior est quam AI, poni-
tur enim AI minore rectarum AF AK, ergo & AI maior
erit quam YA, atque adeo AK multo maior.

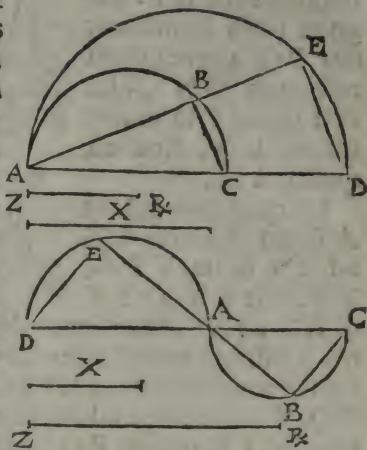
Denique quoniam rectangulū POQ * æquale est quadrato LO, seu
AI, cui quoq; æquatur * & rectangulū YAK, æqualia erunt rectāgula
YAK POQ ideoq; proportionales YA PO OQ AK, sed YK differen-
tia extremarum ostensa est maior quam PQ differentia mediarum,
ergo altera extremarum * YA AK, ipsa nempe AK, (quæ ostensa
est maior quam YA) maxima erit, vnde PO minor erit, quam AK.
Cum igitur PO minor sit quam AK, & maior quam AM vt est de-
monstratum, poterit à puncto A ad circumferentiā MK, (hoc est
ad circumferentiā KF partem quæ maxima KT, & puncto sectio-
nis M intercipitur) duci recta ipsi PO aggregato rectarum ON NL
æqualis. Quare constat propositum.

Sequitur tertia, seu ultima pars constructionis Problematis.

M 2 Sed

92 APOLLONII REDIVIVI LIBER II

Sed tangentium se inuicem semicirculorum $ABCDEA$ sit contactus in puncto A , & oporteat inter eorum circumferētiās ponere rectam lineam æqualem $Z\beta$ datæ, ita vt ad punctum A pertingat. Fiat vt DC ad CA ita $Z\beta$ ad aliam, quæ sit X . Quoniam igitur DC maxima est omnium quæ ad punctum A pertingentes inter circumferētiās ABC AED interijciuntur, recta vera $Z\beta$ ponitur minor maxima, erit DC maior quàm $Z\beta$, id est prima quatuor proportionalium maior quàm tertia, ergo & secunda CA maior erit quàm X quarta. Vnde in semicirculo ABC poterit aptari recta linea



a qualis ipsi X . Aptetur ergo, eaque sit AB , quæ producta secet circumferētiā AED in E , & iungantur BC ED . Anguli igitur ABC AED in semicirculis recti erunt, & ideo æquales, ac proinde parallelæ BC ED ; quare in prima figura, vt AC ad CD ita erit AB ad BE .

Et quoniam est vt DC ad CA ita $Z\beta$ ad X ex constructione, erit conuertendo vt AC ad CD ita X hoc est AB ad $Z\beta$, sed vt AC ad CD ita ostensa est AB ad BE , ergo BE æqualis erit $Z\beta$.

In secunda vero Figura, cum sint æquales anguli ABC AED , vt demonstrauiamus, & æquales quoque anguli ad A qui sunt ad verticem, similia erunt triangula ABC AED . Vt igitur DA ad AC ita erit EA ad AB , & componendo vt DC ad CA ita EB ad BA , hoc est ad X , sed vt DC ad CA ita est quoque $Z\beta$ ad X ex constructione, ergo EB æqualis erit $Z\beta$ datæ. Posita est igitur inter circumferētiās semicirculorum ABC DEA recta linea EB , eaque ad punctum A pertingit, quod erat faciendum.

F I N I S.

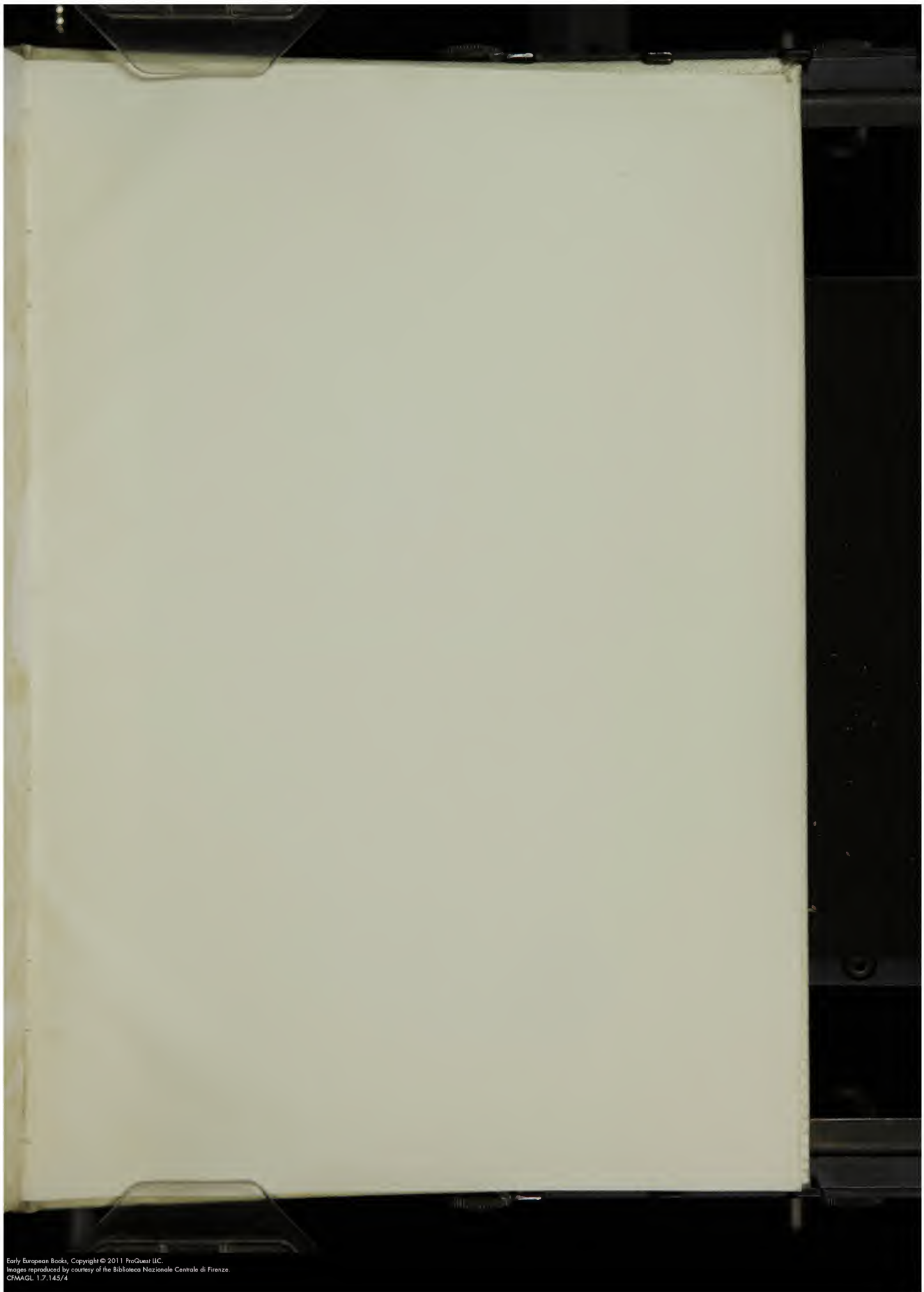
Pag. 5. lin. ult. A H scribe A K
 Pag. 6. lin. 10. ad A G scribe ad A C
 Pag. 7. lin. 24. Aequæ scribe Acquæ
 Pag. 9. lin. 13. ita erit scribe erit
 Pag. 11. figuræ Lemmatis VIII. posite
 sunt præpostero ordine. Itaque ea quæ
 posterior est intelligatur prior.
 Pag. 12. lin. 26. & F D scribe & F B
 Pag. 19. lin. 5. & consequenter maior scri-
 be minor
 Pag. 21. lin. 19. & A F minor scribe maior
 Pag. ead. lin. 20. A S, minor scribe A Q,
 maior
 Pag. & lin. ead. multo minor scribe multo
 maior
 Pag. 30. in quarta figura littera S quæ est
 in linea T A producta scribenda est Y
 Pag. 32. lin. 24. sitque scribe sintque
 Pag. 39. lin. 23. minor * quam scribe mi-
 nor quam
 Pag. 41. lin. 17. & per consequens maior
 scribe minor
 Pag. ead. lin. 24. quam A E scribe A F
 Pag. ead. lin. 26. & A F minor erit quam
 A S & A E multo minor, atque minor
 & A N scribe & A F maior erit quam
 A Q, & A E multo maior, atque ma-
 ior & A N
 Pag. ead. lin. 36. quam E A scribe quam ea
 Pag. ead. lin. 39. A F A K scribe A F A K
 ut in sequentibus figuris
 Pag. 42. lin. 32. S E ad E B scribe ita S E
 ad E B
 Pag. 43. lin. 27. quam A K scribe A Q
 Pag. ead. lin. 37. Acquæ scribe Acquæ
 Pag. 45. lin. 12. æqualis A N scribe A H
 In quinta figura Lemmatis XX littera K
 infera fiat R
 Similiter in quinta figura earum quæ re-
 spiciunt pag. 46. littera K infera fiat R

Pag. 50. lin. penult. ANQ scribe NAQ
 Pag. 51. lin. 6. ut E B B S scribe ut E B
 ad B S
 Pag. 52. lin. ult. in N scribe in H
 Pag. 53. lin. 5. L G scribe L b
 In figuris ad primam & secundam par-
 tem Lemmatis XXI. pertinentibus
 in quibus geminata est linea A K, dele-
 cam quæ est extra semicirculum D E F
 & celsuram litteræ K rade
 Pag. 60. lin. 19. Aequæ scribe Acquæ
 Pag. 72. lin. 23. erunt scribe erunt
 Inter pag. 74. & 75. in figuris ad secun-
 dam partem Problematis pertinenti-
 bus in quibus punctum A existit in ba-
 se semicirculi D F deest littera T ex-
 cepto in figura septima. Itaque scribe
 eam iuxta litteram A ut punctum T
 idem sit quod A prout est in figura se-
 ptima.
 Pag. 79. in figuris in quibus punctum A
 existit in base D F scribe litteram T
 ubi deest ita ut punctum T idem sit
 quod punctum A.
 Pag. 80. in linea A K figuræ primæ ubi
 secat semicirculum A C scribe litte-
 ram T
 Pag. ead. in linea K A producta secundæ
 figuræ scribe litteram Y quia deest
 Pag. ead. lin. antepenult. quam A F scri-
 be A Y
 Pag. 82. litteram K quæ est in circumfe-
 rentia D E F figuræ secundæ incide,
 prout incise sunt & aliæ subtrus
 Pag. 84. lin. 34. F A X scribe F A A X
 Pag. 91. in secunda figura trāsfer lineam
 A K ad contrarias partes, & litteram
 K quæ est incircumferentia D E F
 incide
 Pag. ead. lin. 22. multo scribe multo

229

957

951





003664511